

文章编号: 1000-8055(2026)04-20250108-13

doi: 10.13224/j.cnki.jasp.20250108

# 油液环境下的电液伺服阀用压电双晶片 执行器复合阻尼控制

彭洪涛<sup>1</sup>, 张允执<sup>1</sup>, 凌杰<sup>1</sup>, 张文星<sup>2</sup>, 康佳豪<sup>2</sup>, 朱玉川<sup>1</sup>

(1. 南京航空航天大学 机电学院, 南京 210016;

2. 中国航空工业集团公司 西安飞行自动控制研究所, 西安 710065)

**摘要:** 针对电液伺服阀用压电双晶片执行器在油液环境下的控制问题, 提出了复合阻尼控制策略。对于 100 Hz 以下的低频段, 采用基于逆乘法的前馈补偿策略, 并结合干扰观测器反馈控制, 以提高系统的鲁棒性。实验结果表明: 在 1 Hz 频率下, 方均根 (RMS) 误差由 1.76  $\mu\text{m}$  降低至 0.83  $\mu\text{m}$ , 而在 100 Hz 频率下, 由 3.44  $\mu\text{m}$  降低至 2.17  $\mu\text{m}$ 。针对 500~700 Hz 的高频段, 提出了融合干扰观测和正速度和位置反馈 (PVPF) 阻尼控制的复合控制策略, 并与传统比例-积分-微分 (PID)、前馈 (FF)+干扰观测器 (DOB) 及 FF+PVPF 控制方法进行比较。结果表明: 复合控制策略能有效补偿液动力干扰, 抑制一阶固有频率附近的轻阻尼特性, 使得不同工况下谐波跟踪的方均根误差均保持在 2.5  $\mu\text{m}$  以下, 显著提升了系统的高频跟踪能力。研究为压电双晶片执行器在高精度电液伺服系统中的应用提供了新的控制方法和实验验证。

**关键词:** 油液环境; 电液伺服阀; 压电双晶片; 阻尼控制; 抗干扰控制

中图分类号: V231; TP273

文献标志码: A

## Damping control of piezoelectric bimorph actuators for electrohydraulic servo valves in oil environments

PENG Hongtao<sup>1</sup>, ZHANG Yunzhi<sup>1</sup>, LING Jie<sup>1</sup>, ZHANG Wenxing<sup>2</sup>,  
KANG Jiahao<sup>2</sup>, ZHU Yuchuan<sup>1</sup>

(1. College of Mechanical and Electrical Engineering,

Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China;

2. Xi'an Flight Automatic Control Research Institute,

Aviation Industry Corporation of China, Limited, Xi'an 710065, China)

**Abstract:** A composite damping control strategy was proposed to address the control challenges of piezoelectric bimorph actuators for electrohydraulic servo valves in oil environments. For the low-frequency range below 100 Hz, a feedforward compensation strategy based on inverse multiplication was adopted, combined with a feedback controller using a disturbance observer to enhance the system robustness. Experimental results showed that at 1 Hz, the root mean square (RMS) error was reduced from 1.76  $\mu\text{m}$  to 0.83  $\mu\text{m}$ , and at 100 Hz, it was reduced from 3.44  $\mu\text{m}$  to 2.17  $\mu\text{m}$ . For the high-frequency range of 500—700 Hz, a composite strategy based on positive velocity and position feedback (PVPF) damping control was proposed and compared with traditional proportional-integral-derivative (PID), feed-forward

收稿日期: 2025-03-05

基金项目: 航空科学基金(20220007052001)

作者简介: 彭洪涛(1999—), 男, 硕士生, 主要研究方向为压电精密驱动。E-mail: sz2205097@nuaa.edu.cn

通信作者: 凌杰(1990—), 男, 副教授, 博士, 主要研究方向为精密驱动与控制。E-mail: meejling@nuaa.edu.cn

引用格式: 彭洪涛, 张允执, 凌杰, 等. 油液环境下的电液伺服阀用压电双晶片执行器复合阻尼控制[J]. 航空动力学报, 2026, 41(4): 20250108.

PENG Hongtao, ZHANG Yunzhi, LING Jie, et al. Damping control of piezoelectric bimorph actuators for electrohydraulic servo valves in oil environments[J]. Journal of Aerospace Power, 2026, 41(4): 20250108.

(FF)+disturbance observer (DOB), and FF+PVPF control methods. The results demonstrated that the composite control strategy effectively compensated for hydrodynamic disturbances and suppressed the lightly damped characteristics near the first natural frequency, maintaining RMS tracking errors below  $2.5 \mu\text{m}$  under various operating conditions. This study could provide a novel control approach and experimental validation for the application of piezoelectric bimorph actuators in high-precision electrohydraulic servo systems.

**Keywords:** oil environments; electrohydraulic servo valve; piezoelectric bimorph; damping control; anti-interference control

电液伺服控制系统集成电信号处理与液动力执行<sup>[1]</sup>,具备高精度、大功率和快速响应等特点<sup>[2]</sup>,广泛应用于航空航天等领域<sup>[3]</sup>。其核心部件电液伺服阀将微小电信号转换为流量和压力信号,直接影响系统的控制精度与响应速度<sup>[4]</sup>。然而,传统伺服阀驱动元件受力矩马达容易受电磁干扰,且响应速度慢,导致阀芯运动不稳定,影响系统性能<sup>[5]</sup>,限制了其在高频应用中的表现<sup>[6]</sup>。随着智能材料技术的发展,压电双晶片执行器凭借结构简单、抗电磁干扰能力强、响应速度快等优势<sup>[7]</sup>,逐步替代传统力矩马达,简化系统结构<sup>[8]</sup>,提高零位稳定性和响应性能<sup>[9]</sup>,在航空航天领域展现出广阔应用前景<sup>[10]</sup>。

压电双晶片驱动的电液伺服阀这一构型最早由巴斯大学的研究团队提出<sup>[11]</sup>,其核心是通过压电双晶片-反馈杆组件作为前置级执行机构,将压电元件的微位移转化为液压阀芯的精密运动。然而,该组件在实际工作中面临以下控制难点:①压电材料固有的迟滞非线性,导致驱动信号与位移输出之间存在显著的非线性误差<sup>[12]</sup>;②执行器在不同温度环境下高频作动时,由于液压油密度和阻尼变化<sup>[13]</sup>引发的液动力不确定性干扰<sup>[14]</sup>;③压电双晶片的轻阻尼特性导致闭环系统带宽低,一般限制在 300 Hz。现有的闭环控制器受限于带宽问题,在高频运行时难以及时跟踪目标信号<sup>[15]</sup>。这些控制问题制约了伺服阀在极端温度下高频作动的性能,成为其在复杂工况下应用的瓶颈。

针对压电迟滞非线性补偿控制的研究已有一些成果。基于构建的迟滞模型,求解其对应的逆模型,并将其与压电驱动系统串联,补偿迟滞非线性。从理论上讲,当迟滞模型能够准确反映迟滞行为并且具有可逆解时,该控制策略能够有效消除迟滞引起的不利影响。这种开环控制方法因其结构简洁而具有优势、易于实现且成本较低,因此在实际应用中具有广泛的潜力。例如,德国

萨尔大学的 Kuhn<sup>[16]</sup>首次提出了 P-I(Prandtl-Ishlinskii)算子模型的解析逆,并设计了一种结合前馈逆 Preisach 算子与反馈 Preisach 蠕变算子的迟滞补偿器,用于驱动器在补偿大蠕变过程中的非线性<sup>[17]</sup>。除此之外,南洋理工大学的 Ang 等<sup>[18]</sup>提出了一种改进的 P-I 算子,采用线性函数来描述迟滞曲线的斜率与驱动信号频率之间的关系,从而推导出具有速率相关特性的 P-I 模型的逆解。约旦大学的 Janaideh 等<sup>[19]</sup>提出了一种广义 P-I 模型用于补偿智能驱动器的迟滞非线性,并给出了该模型的解析逆解。该模型在经典可逆 P-I 模型基础上进行了扩展,通过结合经典模型的逆解和广义博弈算子的包络函数逆解,成功补偿了对称和非对称饱和迟滞效应。仿真结果验证了该方法的有效性。国内也有相关迟滞逆模型的控制研究,上海交通大学的谷国迎<sup>[20]</sup>通过优化后的模型,直接进行迟滞模型的辨识,并提出了一种基于该逆模型的前馈控制策略。实验表明,该方法显著减小了迟滞引起的跟踪误差,减少幅度达到 90%,验证了其在压电驱动系统中应用价值。

为提高闭环控制系统鲁棒性,国内外学者在干扰估计与抑制方法的研究取得了一些成果。在非线性和有界时间函数响应的叠加。因此,压电驱动系统通常被建模为线性部分与干扰项的组合,干扰项包括迟滞非线性、模型不确定性以及外部干扰。为此,可以采用干扰观测器、不确定性与干扰估计器,以及扩展状态观测器等技术估计干扰,并通过补偿实现对迟滞非线性的抑制。例如,内华达大学雷诺分校 Yi 等<sup>[21]</sup>将压电驱动器的迟滞非线性等效为扰动,利用干扰观测器补偿迟滞效应;德克萨斯理工大学 Ren 等<sup>[22]</sup>提出干扰估计器方法,通过滤波器估计总干扰并设计鲁棒控制器,几乎无需复杂建模,显著降低了实现难度;而扩展状态观测器自 Han<sup>[23]</sup>提出后,已成为自抗扰

控制的重要组成。武汉大学冯朝等<sup>[24]</sup>通过使用扩展状态观测器,提出了一种状态反馈控制策略,提升了压电纳米定位平台精确定位能力。

高频信号会激发压电执行器的轻阻尼特性,从而引发谐振,成为限制闭环系统带宽的重要因素。因此,为抑制压电系统的轻阻尼特性,研究人员提出了阻尼控制方法<sup>[25]</sup>。其中, Negative-Imaginary 控制器凭借其阶次低而易于物理实现、参数少而方便设计的优势而得到广泛应用。Aphale 等<sup>[26]</sup>提出了一种正位置反馈控制方法,用于提高振动模态的阻尼比,从而减小振动误差。在此基础上, Bhikkaji 等<sup>[27]</sup>引入速度项,提出了

正速度和位置反馈控制方法,特别针对原子力显微镜的三角波扫描信号进行快速跟踪,进一步减小振动并提高跟踪精度。进一步地,上海交通大学的 Li 等<sup>[28]</sup>通过引入加速度项,提出了一种正加速度、速度和位置联合反馈的控制方法。与正速度和位置反馈相比,联合反馈能够获得更大的阻尼比,显著增强振动抑制效果。此外, Das 等<sup>[29]</sup>基于 Negative-Imaginary 理论和小增益理论提出了一种阻尼控制方法,在增加振动模态阻尼比的同时,兼顾了系统的鲁棒稳定性。

本文针对航空电液伺服阀用压电双晶片-反馈杆组件,提出了低频作动干扰观测控制和高频作动复合阻尼控制策略,解决了不同油液环境下组件高带宽、高精度、抗液动力干扰的鲁棒控制问题。其创新点是将迟滞补偿、干扰反馈和阻尼控制策略融合,并应用于压电双晶片执行器,实现。为压电双晶片执行器在高频响高精度电液伺服系统中的应用提供了新的控制方法和实验验证。

## 1 压电双晶片-反馈杆组件工作原理

### 1.1 样机设计

结合两级电液伺服阀先导级执行器对输出力与位移响应的双重需求,选用了芯明天 NAC2222 型号压电双晶片作为驱动元件,并在此基础上设计并构建了压电双晶片-反馈杆组件的样机结构,如图 1 所示。该执行器组件主要由 7 个关键部件构成,分别为压电双晶片、压片、连接杆、连接件、螺栓及反馈杆。压电双晶片作为核心驱动元件,通过其厚度方向的伸缩变形实现驱动力输出。连接件采用夹持方式固定于压电双晶片上,利用螺栓与压片进行压紧,使连接稳固可靠,并实现驱动力的传递。为降低因局部应力集中引发的损伤

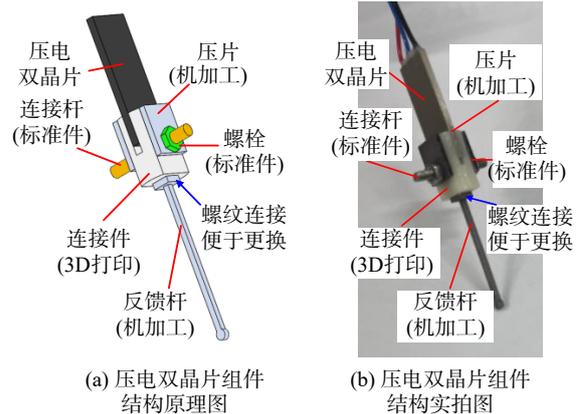


图 1 压电双晶片-反馈杆组件构型

Fig. 1 Piezoelectric bimorph-feedback rod assembly configuration

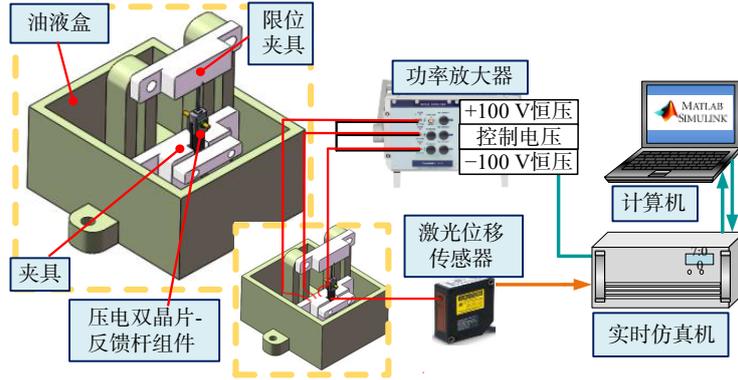
风险,连接件采用具有良好机械缓冲特性的树脂材料,提升了连接区域的结构安全性。连接件与连接杆之间,采用螺纹连接,避免高频振动环境下的松动问题。压片可增强夹持力,其数量的可调性也为后续系统调试中对组件整体质量与频率响应的微调提供了便利。

### 1.2 实验系统

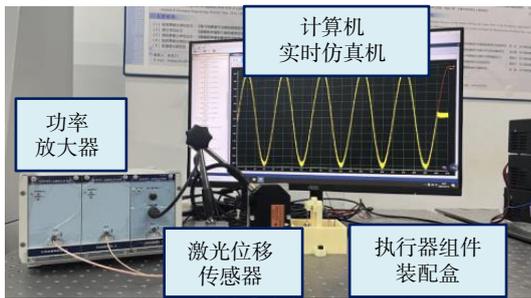
电液伺服阀前置级用压电双晶片-反馈杆组件控制策略验证实验平台如图 2 所示,由上位机、实时仿真机(灵思创奇 Box-03)、功率放大器(芯明天 E01.A3)、激光位移传感器(苏州创视 TS-P30W)、压电双晶片(NAC2222)-反馈杆组件、油液盒、夹具组成。油液盒内可填充油液,压电双晶片执行器的一端通过夹具固定在油液盒中,反馈杆的一端则通过限位夹具固定在油液盒内。具体的实验信号流如下:首先,上位机的控制算法利用 Simulink 编译,并通过实时仿真系统下载至仿真机,以实现实时运行和控制任务的执行。实时仿真机根据接收到的信号生成电压驱动信号,并传输至功率放大器。功率放大器输出电压信号,与恒压电源提供的两个恒定电压共同驱动压电双晶片-反馈杆组件产生弯曲变形。激光位移传感器测量组件测点位移,并将相应的模拟电压信号输出至实时仿真机。实时仿真机接收该位移信号后,将其传输至计算机进行显示与记录,从而完成控制策略实验验证分析。

### 1.3 控制目标

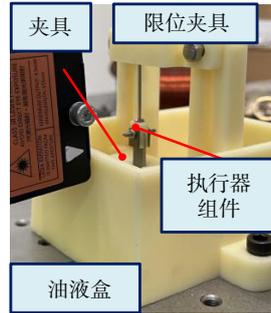
为确定控制目标,采用频率为 1~1 000 Hz、电压为 10 V 的扫频信号作为输入,压电双晶片-反馈杆组件位移信号作为输出,通过 Matlab 系统



(a) 压电双晶片-反馈杆组件控制策略验证实验平台



(b) 压电双晶片-反馈杆组件控制策略验证实验平台实拍图



(c) 执行器组件装配盒实拍图

图 2 压电双晶片-反馈杆组件控制策略验证实验平台

Fig. 2 Experimental platform for validating the control strategy of piezoelectric bimorph-feedback rod assembly

辨识工具箱辨识得到其线性动力学系统名义模型

$P_n$  如下所示:

$$P_n = \frac{-0.048 19s^5 - 64.14s^4 + 4.108 \times 10^6 s^3 + 2.727 \times 10^{10} s^2 + 1.539 \times 10^{14} s + 6.732 \times 10^{17}}{s^5 + 2 739s^4 + 4.77 \times 10^7 s^3 + 1.167 \times 10^{11} s^2 + 5.472 \times 10^{14} s + 1.196 \times 10^{18}} \quad (1)$$

本文针对不同工况设计了两种独立的控制策略。低频段面向电液伺服阀的作动需求, 高频段体现油液环境下的液动力干扰和压电材料的轻阻尼特性。压电双晶片-反馈杆组件在高低频段的输出特性不同, 低频段以外部扰动和建模误差为主, 采用基于干扰观测器的复合控制策略进行补偿; 高频段易激发系统轻阻尼特性, 同时放大液动力干扰, 需引入包含阻尼控制的复合策略以抑制共振。经实验测量可知, 系统的一阶固有频率为 680 Hz, 因此制定两点控制目标, 如下所示: ①确保 100 Hz 以下谐波跟踪方均根小于最大幅值的 5%; ②确保 500~700 Hz 谐波跟踪方均根控制在最大幅值的 10% 以内。

## 2 迟滞非线性建模及前馈补偿

在实际应用中, 组件的动态特性与迟滞的率相关特性紧密耦合。因此, 可以将压电驱动系统作为一个整体进行建模, 分步辨识迟滞模型与动态模型。迟滞建模依赖于低频信号的输入和输出

数据, 能够较为准确地刻画静态非线性; 而动力学模型则通过使用涵盖广泛频率范围的输入输出信号来进行识别。为便于复合控制策略的设计及其在仿真环境下的性能验证, 本文将压电双晶片-反馈杆组件建模为如图 3 所示的级联结构形式, 图中,  $H$  是组件的迟滞模型,  $G$  是组件的线性动态模型,  $u(t)$  是组件的输入电压信号,  $h(t)$  是迟滞模型输出的中间变量,  $y(t)$  是组件输出的位移。

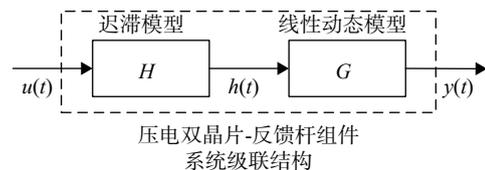


图 3 迟滞非线性前馈补偿与级联结构

Fig. 3 Hysteresis nonlinearity feedforward compensation and cascaded structure

### 2.1 迟滞建模

压电材料在施加电场时表现出电致应变效应, 其输入电场与输出应变之间的非线性和迟滞关系

可以通过 Jiles-Atherton(J-A)模型的物理机制进行描述和分析。基于钉扎效应引起的能量变化建立的 J-A 迟滞模型将总极化强度  $P$  分为可逆极化  $P_{\text{rev}}$  和不可逆极化  $P_{\text{irr}}$  两个部分:

$$P = P_{\text{rev}} + P_{\text{irr}} \quad (2)$$

式中  $P_{\text{rev}}$  为可逆极化分量, 由弹性方式的畴壁引起;  $P_{\text{irr}}$  为不可逆极化分量, 由结构的不连续性而形成的畴壁引起。

为计算压电材料理想极化过程中的极化强度和外部电场强度的关系, 引入无迟滞极化强度  $P_{\text{an}}$ 。在计算畴壁变形产生的能量损耗时, 通常忽略  $(P_{\text{an}} - P)$  高阶项,  $P_{\text{rev}}$ 、 $P_{\text{irr}}$ 、 $P_{\text{an}}$  可表示为:

$$P_{\text{rev}} = c(P_{\text{an}} - P_{\text{irr}}) \quad (3)$$

式中  $c \in [0, 1]$ , 是可逆极化率, 描述可逆极化率在总极化的占比比例。

采用玻尔兹曼统计来指定偶极子占据某些能态的概率。假设材料是各向同性的, 那么热能量和静电能量的平衡就产生了 Langevin 方程来描述无迟滞的极化强度:

$$P_{\text{an}} = P_s \left[ \coth \left( \frac{E_e}{a} - \frac{a}{E_e} \right) \right] \quad (4)$$

式中  $E_e$  是作用于压电材料的有效电场,  $a$  是畴壁密度,  $P_s$  是饱和极化强度。

压电从初始无极化状态被极化为饱和状态, 根本原因在内部的电偶极子有转动到相互平行的趋势, 这种内部的电场被称为内部电场  $E_m$ 。在内部电场与外部电场的共同作用下, 压电材料逐步发生极化。假设外电场  $E$  的方向与极化强度  $P$  一致, 压电材料发生极化的有效电场强度  $E_e$  为:

$$E_e = E + E_m = E + \alpha P_{\text{an}} \quad (5)$$

式中  $\alpha$  是畴间耦合参数,  $E_m$  是内部电场强度,  $E$  是外部电场强度。模型将极化强度描述为可逆分量  $P_{\text{rev}}$  与不可逆分量  $P_{\text{irr}}$ , 由两个微分方程构成:

$$\begin{cases} \frac{dP_{\text{irr}}}{dE} = \frac{P_{\text{an}} - P_{\text{irr}}}{k\delta - \alpha(P_{\text{an}} - P_{\text{irr}})} \\ \frac{dP_{\text{rev}}}{dE} = c \left( \frac{dP_{\text{an}}}{dE} - \frac{dP_{\text{irr}}}{dE} \right) \\ \delta = \begin{cases} 1, & (dE > 0 \text{ 且 } P < P_{\text{an}}) \text{ 或 } (dE < 0 \text{ 且 } P > P_{\text{an}}) \\ -1, & \text{其他} \end{cases} \end{cases} \quad (6)$$

式中  $k$  是钉扎损耗参数,  $\delta$  是符号函数, 当外磁场  $E$

增大时,  $\delta = 1$ , 当外磁场  $E$  减小时,  $\delta = -1$ 。

该模型共存在 5 个待定的参数:  $c$ 、 $a$ 、 $\alpha$ 、 $k$  和  $P_s$ 。确定这 5 个参数, 并求解上述的微分方程即可获得压电材料的迟滞曲线。为便于表述, 令极化强度  $P=H$ , 以描述组件的迟滞非线性。

## 2.2 前馈控制设计

采用前馈补偿来补偿迟滞非线性, 基于逆乘结构的前馈控制框图如图 4 所示。图中 Delay 是延迟函数,  $H[u](t)$  是组件的迟滞模型, 由 J-A 模型计算得到,  $v(t)$  是前馈控制器的输入量,  $u(t)$  是前馈控制器输出的控制量, 也是组件的输入电压信号。

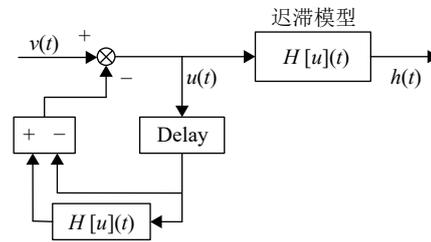


图4 逆乘结构前馈补偿示意图

Fig. 4 Schematic diagram of inverse multiplicative feedforward compensation

以下对逆乘结构前馈控制消除迟滞非线性进行理论证明。假设采样周期为  $t_s$ , 控制律为<sup>[30]</sup>:

$$u(t) = v(t) + u(t - t_s) - H[u](t - t_s) \quad (7)$$

在逆乘前馈补偿下, 输出的中间变量  $h(t)$  为:

$$h(t) = H[u](t) = -u(t) + u(t) + H[u](t) \quad (8)$$

结合式(7)和式(8), 经推导得到下式:

$$h(t) = v(t) + u(t - t_s) - H[u](t - t_s) - u(t) + H[u](t) = v(t) + O(t) \quad (9)$$

式中  $O(t) = H[u](t) - H[u](t - t_s) + u(t - t_s) - u(t)$ , 当  $O(t) \leq \varepsilon$  时 ( $\varepsilon$  是一个很小的正常数), 可以推导出, 前馈输入量  $v(t)$  与中间变量  $h(t)$  之间基本呈线性关系。

在保证不改变公式原有含义的前提下, 为简化表达, 省略时间变量  $t$ 。对式(9)中输出  $h(t)$  对输入  $v(t)$  求导, 得到:

$$\frac{d(h)}{d(v)} = 1 + \frac{\partial O}{\partial v} \quad (10)$$

由式(10)推导可得:

$$\frac{d(O(t))}{d(v(t))} = \frac{d(u(t-t_s)) - u(t)}{d(v(t))} + \frac{d(H[u](t) - H[u](t-t_s))}{d(v(t))} = \left[ \frac{\partial u(t-t_s)}{\partial v(t)} - \frac{\partial u(t)}{\partial v(t)} \right] + \left[ \frac{\partial H[u](t)}{\partial v(t)} - \frac{\partial H[u](t-t_s)}{\partial v(t)} \right] \quad (11)$$

进一步推导可得:

$$\frac{\partial H[u](t)}{\partial v(t)} - \frac{\partial H[u](t-t_s)}{\partial v(t)} = 0 \quad (12)$$

当采样时长  $t_s$  相较于控制信号  $v(t)$  的周期可以忽略, 即在采样频率充分高的情况下, 可以近似认为:  $u(t) - u(t-t_s) \rightarrow 0$ , 因此, 可以得到:

$$\frac{\partial u(t-t_s)}{\partial v(t)} - \frac{\partial u(t)}{\partial v(t)} \rightarrow 0 \quad (13)$$

将式(12)和式(13)代入式(14)可得

$$d(O) \approx 0 \quad (14)$$

式(10)可进一步推导为

$$\frac{d(h(t))}{d(v(t))} = 1 + \frac{\partial O(t)}{\partial v(t)} \approx 1 \quad (15)$$

因此, 可以近似认为  $h(t) \approx v(t)$ , 基于逆乘结构的迟滞补偿方法几乎消除了迟滞非线性  $H[u](t)$  的影响。该方法直接基于迟滞模型进行补偿, 但在实际应用中, 只有当迟滞模型具备较高精度、外源干扰可忽略且采样周期远小于驱动频率时, 才能实现理想的补偿效果。由于实际工况中难以同时满足上述条件, 因此需在控制器中引入反馈控制, 以增强系统对建模误差和外部扰动的鲁棒性, 确保整体控制性能的稳定可靠。

### 3 针对低频和高频的复合控制策略

#### 3.1 低频作动干扰观测与控制

组件的控制精度主要受压电材料固有迟滞特性以及在不同油液环境下液动力影响。为克服迟

滞非线性, 采用基于逆乘结构的前馈控制进行补偿。然而, 由于组件工作在不同油液介质中, 系统仍会受到模型不确定性、外界扰动以及液动力等因素共同影响。为加强系统的鲁棒性, 引入干扰观测器对总扰动进行实时估计与补偿, 从而增强系统的抗干扰能力。低频作动干扰观测与控制的控制框图如图 5 所示。  $P_n$  是辨识的名义模型,  $P_n^{-1}$  是名义模型的逆,  $Q$  是低通滤波器,  $H$  是由 J-A 模型计算得到的迟滞模型,  $G$  是组件的线性动力学模型,  $r(t)$  是输入的参考位移,  $d_i(t)$  是内源性干扰, 包括模型摄动,  $d_o(t)$  是外源性干扰, 包括油液环境变化导致的液动力变化等,  $d(t)$  是包含内外源干扰的总扰动,  $y(t)$  是组件测点位移,  $\delta(t)$  是位移传感器噪声, 其余变量说明见图 3~图 4。由于组件辨识的名义模型属于非最小相位系统, 若直接求逆, 位于右半平面的零点将转换为实部为正的极点, 从而导致逆函数的不稳定。因此采用零幅值误差跟踪控制方法将模型的非最小相位零点转换为近似的稳定极点, 如式(16)~式(18)所示:

$$P_n(z) = \frac{A(z)}{B(z)} = \frac{A_s(z) A_u(z)}{B(z)} \quad (16)$$

$$\tilde{P}_n^{-1}(z) = z^{-q} \frac{A^*(z) B(z)}{A_s(z)} \quad (17)$$

$$A^*(z) = \frac{1}{A_u(z^{-1})} \quad (18)$$

式中  $B(z)$  是名义模型极点,  $A_s(z)$  是稳定零点,  $A_u(z)$  是不稳定零点,  $A^*(z)$  是近似不稳定零点。

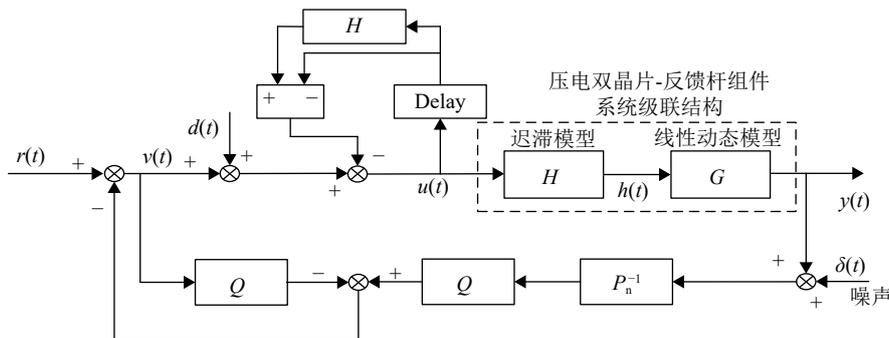


图 5 低频作动干扰观测与控制的控制框图

Fig. 5 Control block diagram of low-frequency actuation disturbance observation and control

符号~表示系统的近似逆。为分析 DOB 性能, 将系统的输出表示为下式:

$$y(z) = P(z) (v(z) + d_i(z)) + d_o(z) = P(z)v(z) + d(z) \quad (19)$$

式中  $d(z) = d_o(z) + P(z)d_i(z)$ 。为方便起见, 后续省略前移算子  $z$ , 控制律为:

$$v = r - [QP_n^{-1}(y + \delta) - Qu] \quad (20)$$

将控制律(式(20))代入系统的输出表达式(19)可得到输出位移  $y$  与参考输入  $r$ 、噪声  $\delta$  和总扰动  $d$  之间的关系:

$$y = \frac{P(1-Q)^{-1}r + d - P(1-Q)^{-1}QP_n^{-1}\delta}{1 + P(1-Q)^{-1}QP_n^{-1}} = T_{ry}r + T_{dy}d + T_{\delta y}\delta \quad (21)$$

式中  $T_{ry}$  是  $r$  到  $y$  的传递函数,  $T_{dy}$  是  $d$  到  $y$  的传递函数,  $T_{\delta y}$  是  $\delta$  到  $y$  的传递函数, 表达式如下所示:

$$T_{ry} = \frac{P(1-Q)^{-1}}{1 + P(1-Q)^{-1}QP_n^{-1}} = \frac{1}{(1-Q)P^{-1} + QP_n^{-1}} \quad (22)$$

$$T_{dy} = \frac{1}{1 + P(1-Q)^{-1}QP_n^{-1}} = 1 - \frac{PQP_n^{-1}}{1 - Q + PQP_n^{-1}} \quad (23)$$

$$T_{\delta y} = \frac{-P(1-Q)^{-1}QP_n^{-1}}{1 + P(1-Q)^{-1}QP_n^{-1}} \quad (24)$$

干扰观测器通过估算补偿外部扰动, 目的是使系统的输入输出关系尽可能与辨识得到的名义模型一致。对于低频成分, 代入低通滤波器传递函数  $Q(s) = 1$ , 得到  $T_{ry} = P_n$ ,  $T_{dy} = 0$ 。因此, 系统的输出  $y$  等于名义模型的输出。设  $Q(s) = 1/(0.001s + 1)$ , 其输出对输入和扰动的幅频响应如图 6 所示。从图中可以观察到, 在 100 Hz 以下的频段, 内部闭

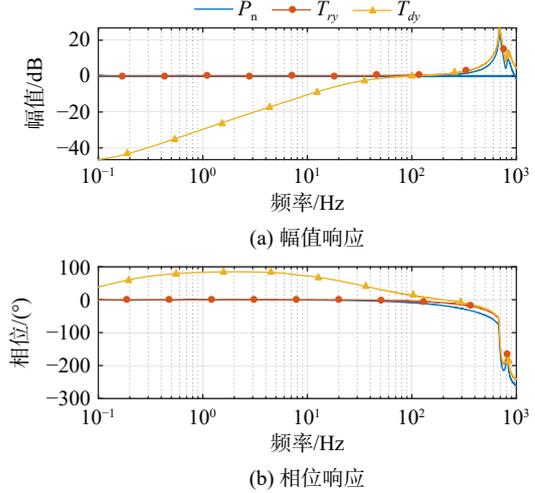


图 6 干扰观测器输入项与干扰项幅频响应

Fig. 6 Amplitude-frequency response of disturbance observer input and disturbance terms

环系统  $T_{ry}$  的频率响应与名义模型  $P_n$  相似; 对于 70 Hz 以下的干扰信号, 系统具有抑制作用, 且干扰频率越低, 抑制效果越明显。

### 3.2 高频作动阻尼控制

压电双晶片-反馈杆组件属于轻阻尼系统, 在高频作动, 特别是一阶固有频率点附近作动时, 高频成分易引起系统的共振现象。因此需要补充阻尼控制抑制共振。基于正速度和位置反馈 (positive velocity and position feedback, PVPF, 量符号记为  $C_{PVPF}$ ) 的复合阻尼控制器, 控制框图如图 7 所示, 其中  $C_{PVPF}$  是阻尼控制器, 能对闭环极点在复数平面左半平面内进行任意配置。其余变量说明见图 3~图 5。通过将系统的极点左移, 能有效地抑制轻阻尼系统的共振, 使得被控对象在高频率段使得闭环系统快速衰减, 从而应对一些高模态未建模误差。PVPF 控制器的形式如式(25)所示。

$$C_{PVPF}(s) = \frac{ks + \Gamma}{s^2 + 2kV \cdot s + v^2} \quad (25)$$

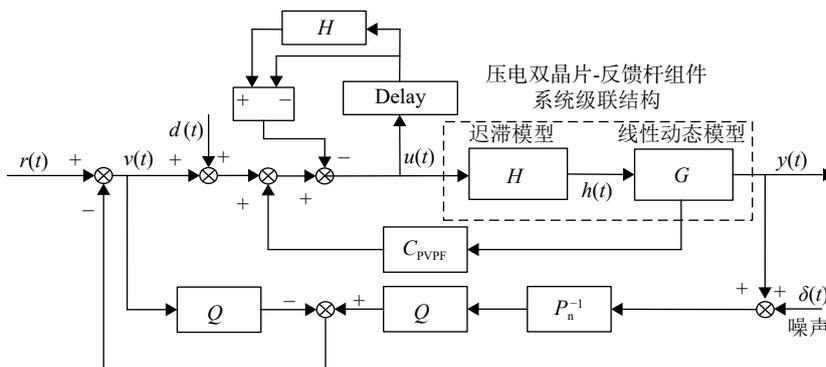


图 7 高频作动阻尼控制的控制框图

Fig. 7 Control block diagram of high-frequency actuation damping control

式中  $\Gamma_1$ 、 $\Gamma_2$ 、 $\kappa$ 、 $\nu$  为待整定 PVPF 参数。PVPF 参数的整定需要以组件的线性动力学传递函数为 2 阶形式为基础, 其表达式如下:

$$G(s) = \frac{9\,744\,000}{s^2 + 222.3s + 18\,610\,000} \quad (26)$$

所辨识的传递函数 1 阶固有频率为 684 Hz, 幅值为 10.2 dB, 能够在跟踪频段内描述组件先动力学。传递函数极点如下:

$$p_{\pm} = -111 \pm 431 \times 10^3 i \quad (27)$$

将 PVPF 闭环的理想极点设为:

$$P_{1\pm} = P_{2\pm} = -3\,000 \pm 4.31 \times 10^3 i \quad (28)$$

求解方法可参考文献 [26]。求解 PVPF 参数得:

$$C_{\text{PVPF}}(s) = \frac{-9\,871s + 55\,505\,404}{s^2 + 11\,777.7s + 69\,924\,017} \quad (29)$$

组件开环与 PVPF 阶跃仿真结果如图 8 所示。由仿真结果可知, 经过阻尼控制后, 系统的超调量由 92.7% 降至 17.5%, 调节时间由 0.0269 s 降至 0.0012 s, 补偿了组件开环的轻阻尼特性。

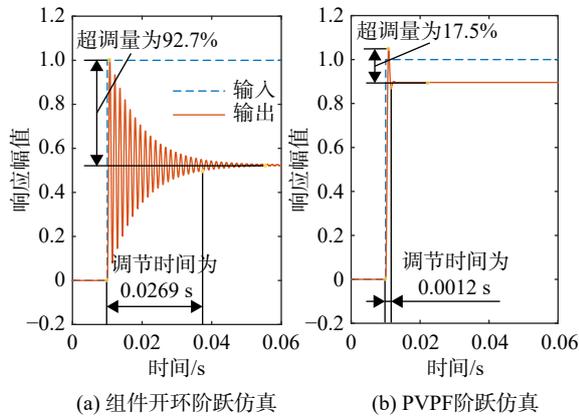


图 8 开环与 PVPF 阶跃仿真结果

Fig. 8 Open-loop and PVPF step simulation results

## 4 控制策略实验分析

### 4.1 对比实验设计

为验证控制器的性能, 设计了针对 3 种控制策略的实验测试。对于前馈控制策略, 进行了 1~100 Hz 范围内的谐波跟踪实验, 以评估其滞环大小; 对于低频作动干扰观测与控制策略, 进行了 1~100 Hz 范围内的谐波跟踪实验, 以测试其滞环大小和跟踪精度; 对于高频作动阻尼控制策略, 选择不同浸油环境下 500~700 Hz 的谐波跟踪实验, 以评估其跟踪精度和鲁棒性。

### 4.2 前馈补偿实验结果分析

本节基于实验平台, 开展了针对迟滞非线性补偿的实验研究。首先在开环条件下, 对压电双晶片-反馈杆组件进行了测试, 驱动信号的幅值为 40 V、频率分别为 1、25、50、75 Hz 和 100 Hz 的谐波电压。随后, 基于逆乘结构的前馈控制方法, 根据开环测试中测得的位移幅值, 以幅值 26  $\mu\text{m}$ 、频率分别为 1、25、50、75 Hz 和 100 Hz 的谐波作为参考位移, 开展了轨迹跟踪实验, 实验结果如图 9 所示。开环(open-loop)实验的结果表示为 OL, 前馈(feed-forward)控制实验的结果表示为 FF。从跟踪结果和跟踪误差可以看出, 采用逆乘结构进行迟滞补偿后, 系统的跟踪误差和滞环减小。

统计实验结果数据: 经过逆乘结构的迟滞补偿后, 系统的方均根误差在 1 Hz 时从 1.76  $\mu\text{m}$  降至 1.44  $\mu\text{m}$ , 下降幅度为 18.2%; 在 100 Hz 时, 从 3.44  $\mu\text{m}$  下降至 1.92  $\mu\text{m}$ , 下降幅度为 44.2%。此外, 相对误差也显示出显著改进, 在 1 Hz 时由 3.38% 降至 2.77%, 下降了 1.11%; 而在 100 Hz 时, 由 6.62% 降至 3.69%, 下降幅度为 2.93%。迟滞效应的改善更为显著, 1 Hz 时的迟滞从 9.63% 下降至 0, 下降幅度为 9.63%; 100 Hz 时的迟滞从 19.2% 下降至 4.81%, 下降了 14.4%。由实验结果可知, 基于逆乘结构前馈补偿方法对组件的迟滞效应有抑制作用, 能够减小跟踪误差。

### 4.3 低频作动控制实验对比分析

本节基于实验平台, 开展了低频作动控制实验验证研究。基于前馈-反馈复合控制方法, 根据开环测试中测得的位移幅值, 以幅值为 26  $\mu\text{m}$ 、频率分别为 1、25、50、75 Hz 和 100 Hz 的正弦波作为参考位移, 开展了轨迹跟踪实验, 实验结果如图 10 所示。开环实验结果表示为 OL, 干扰观测器实验结果表示为 DOB, 前馈-反馈复合控制实验结果表示为 FF+DOB。由跟踪结果和跟踪误差可知: 相比于干扰观测器的反馈控制, 采用前馈-反馈复合控制方法后, 系统在 100 Hz 的跟踪误差减小, 滞环减小, 带宽提高。统计补偿效果的数据可知, 相比基于干扰观测器的反馈控制, 复合控制器在 100 Hz 是显著降低了系统的误差和迟滞。当频率为 100 Hz 时, 方均根误差从 2.17  $\mu\text{m}$  下降至 1.97  $\mu\text{m}$ , 相对误差从 6.62% 下降至 3.79%, 迟滞从 11.9% 下降至 5.42%, 系统闭环的性能得到了改善。

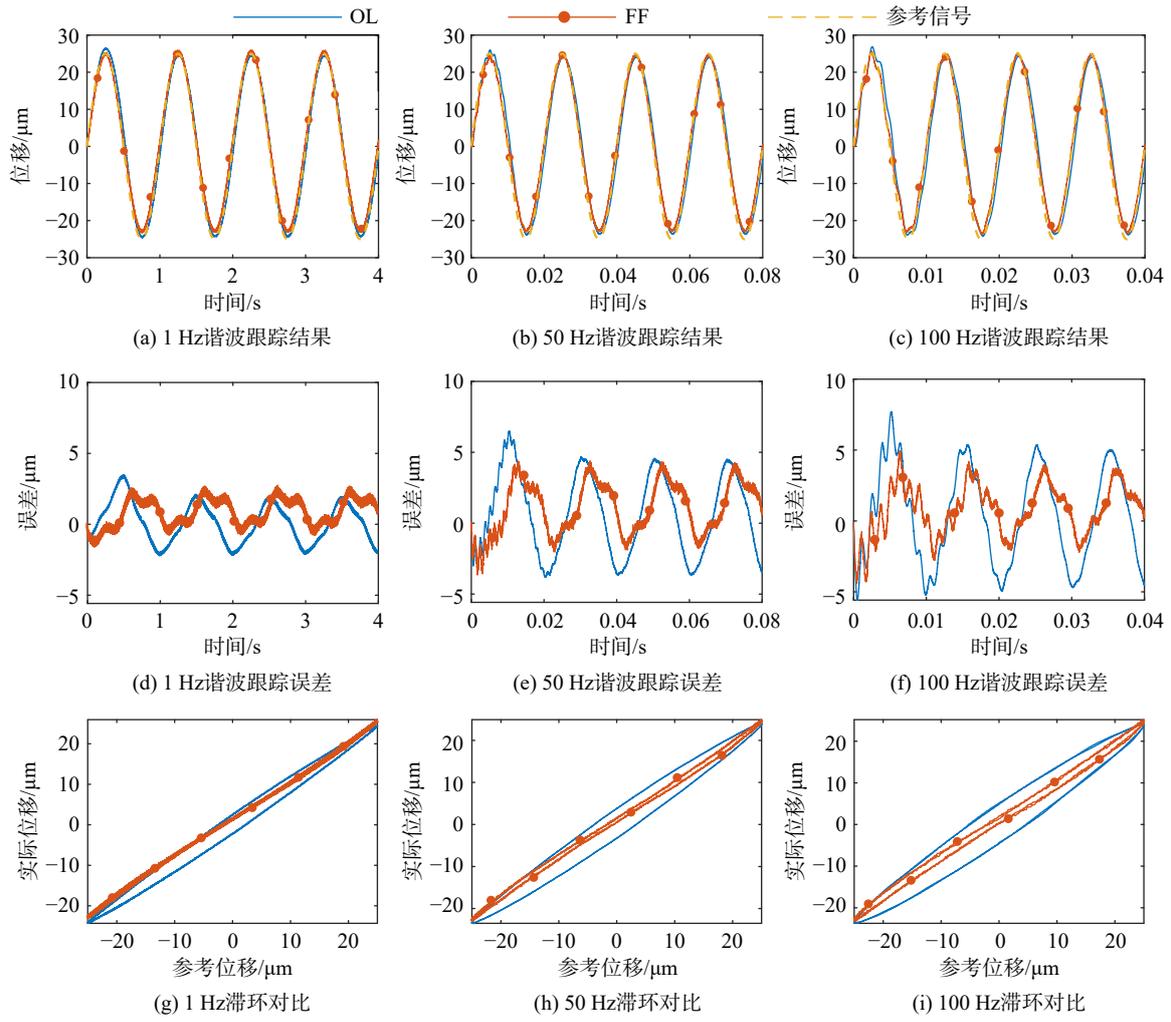
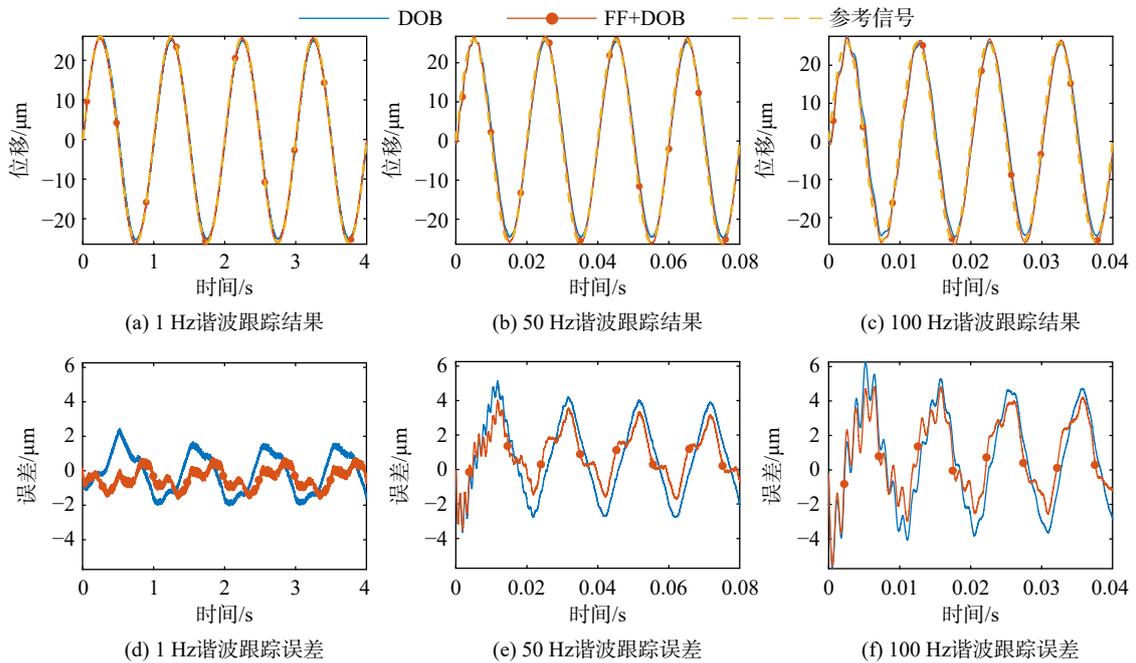


图 9 前馈补偿实验结果

Fig. 9 Feedforward compensation test results



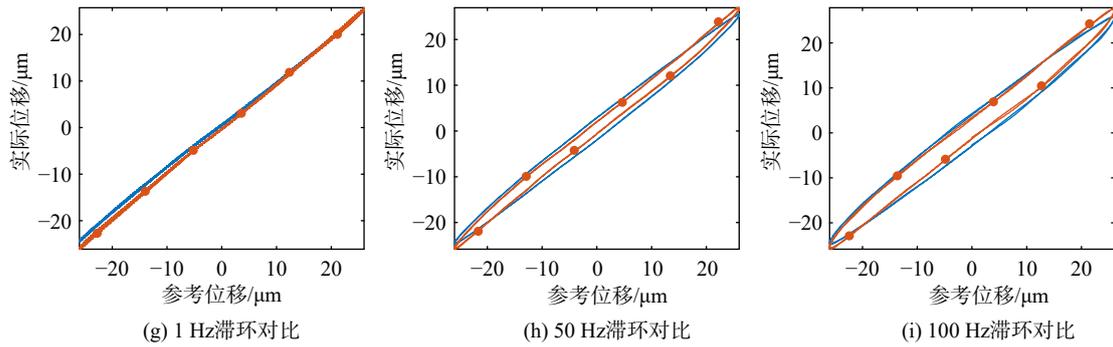


图 10 低频作动控制实验结果

Fig. 10 Low-frequency actuation control test results

### 4.4 高频作动控制实验对比分析

如图 11 所示,当谐波驱动频率大于 500 Hz 时,由于液动力的影响,压电双晶片-反馈杆组件输出特性会发生较大的变化。因此,需设计一种控制器,能实现高频谐波信号跟踪,并且能够补偿不同阻尼环境带来的液动力干扰。本节将对 4 种控制器的控制效果 PID、FF+DOB、FF+PVPF、FF+PVPF+DOB,以说明基于 PVPF 复合控制器相比于其余 3 种控制器的优势。

首先比较 PID 的控制效果,实验结果如图 12

所示。当谐波跟踪频率为 500、600、700 Hz 时,方均根误差分别为 18.93、19.32、26.79  $\mu\text{m}$ 。由于 PID 控制器带宽的限制,在跟踪高频的谐波信号时实验结果出现了较大的幅值衰减和相位滞后。因此需要设计新的控制器以提高闭环系统的带宽。

其次比较 FF+DOB 的控制效果。实验结果如图 13 所示。当谐波跟踪频率为 500、600、700 Hz 时,方均根误差分别为 5.34、6.08、6.87  $\mu\text{m}$ 。通过实验结果可知,实验跟踪结果有较为明显的幅值放大。被控对象的轻阻尼特性导致的。因此在复

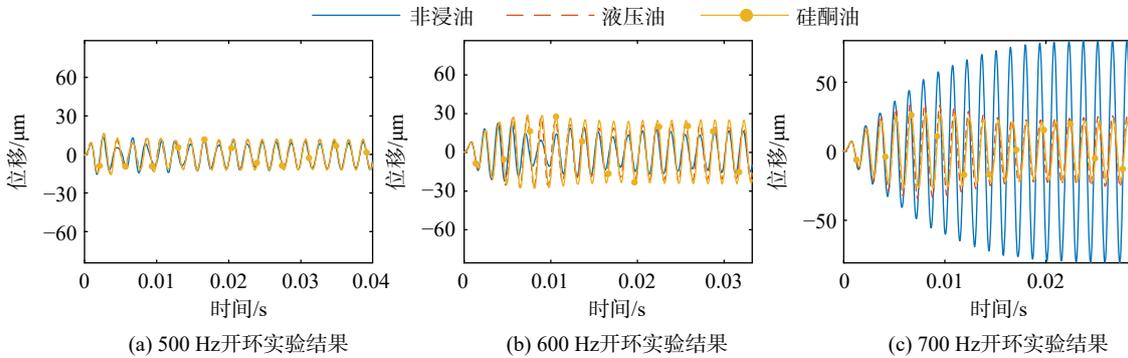


图 11 不同阻尼环境下开环实验结果

Fig. 11 Open-loop test results under different damping environments

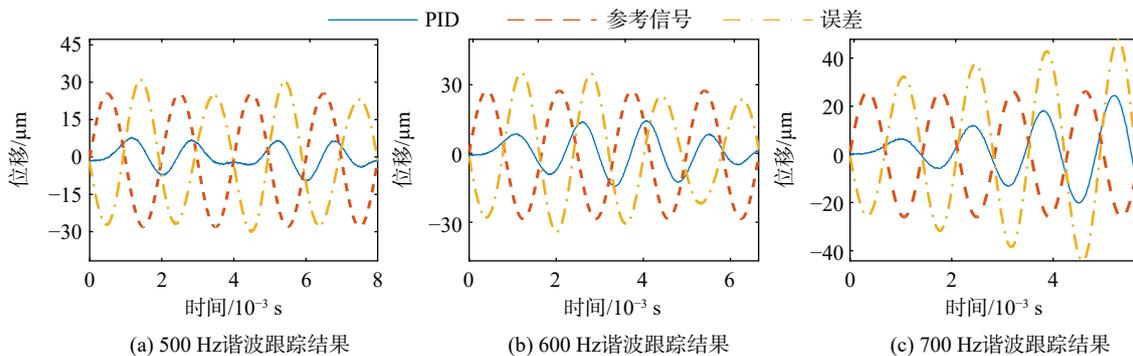


图 12 PID 谐波跟踪实验结果

Fig. 12 PID harmonic tracking test results

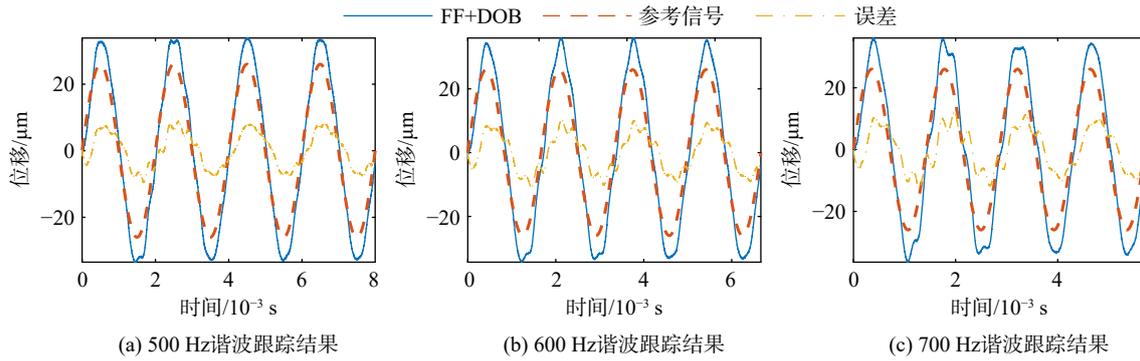


图 13 FF+DOB 谐波跟踪实验结果

Fig. 13 FF+DOB harmonic tracking test result

合控制器中加入 PVPF, 将被控对象的极点左移, 消除轻阻尼特性。

再次比较 FF+PVPF 的控制效果。实验结果如图 14 所示。在非浸油的阻尼环境下, 当谐波跟踪频率为 500、600、700 Hz 时, 方均根误差分别为 1.41、1.61、1.45  $\mu\text{m}$ ; 在液压油的阻尼环境下, 当谐波跟踪频率为 500、600、700 Hz 时, 方均根误差分别为 2.67、2.81、3.34  $\mu\text{m}$ ; 在硅酮油的阻尼环境下, 当谐波跟踪频率为 500、600、700 Hz 时, 方均根误差分别为 4.00、4.05、4.49  $\mu\text{m}$ 。通过实验结果可知, PVPF 能够通过调节系统阻尼, 较好地解决组件在高频驱动时的幅值放大问题。但是控制器没有加入干扰观测器的反馈环节, 导致闭

环系统鲁棒性差, 当浸油环境改变时, 谐波跟踪的方均根误差会增大。

最后比较 FF+PVPF+DOB 的控制效果。实验结果如图 14 所示。在非浸油的阻尼环境下, 当谐波跟踪频率为 500、600、700 Hz 时, 方均根误差分别为 1.99、2.23、1.46  $\mu\text{m}$ ; 在液压油的阻尼环境下, 当谐波跟踪频率为 500、600、700 Hz 时, 方均根误差分别为 1.98、1.94、1.66  $\mu\text{m}$ ; 在硅酮油的阻尼环境下, 当谐波跟踪频率为 500、600、700 Hz 时, 方均根误差分别为 2.36、2.18、2.43  $\mu\text{m}$ 。由实验结果可知, 基于 PVPF 的复合控制器能补偿控制对象的轻阻尼特性, 并补偿液动力干扰。

根据以上高频作动控制实验, 统计不同油液

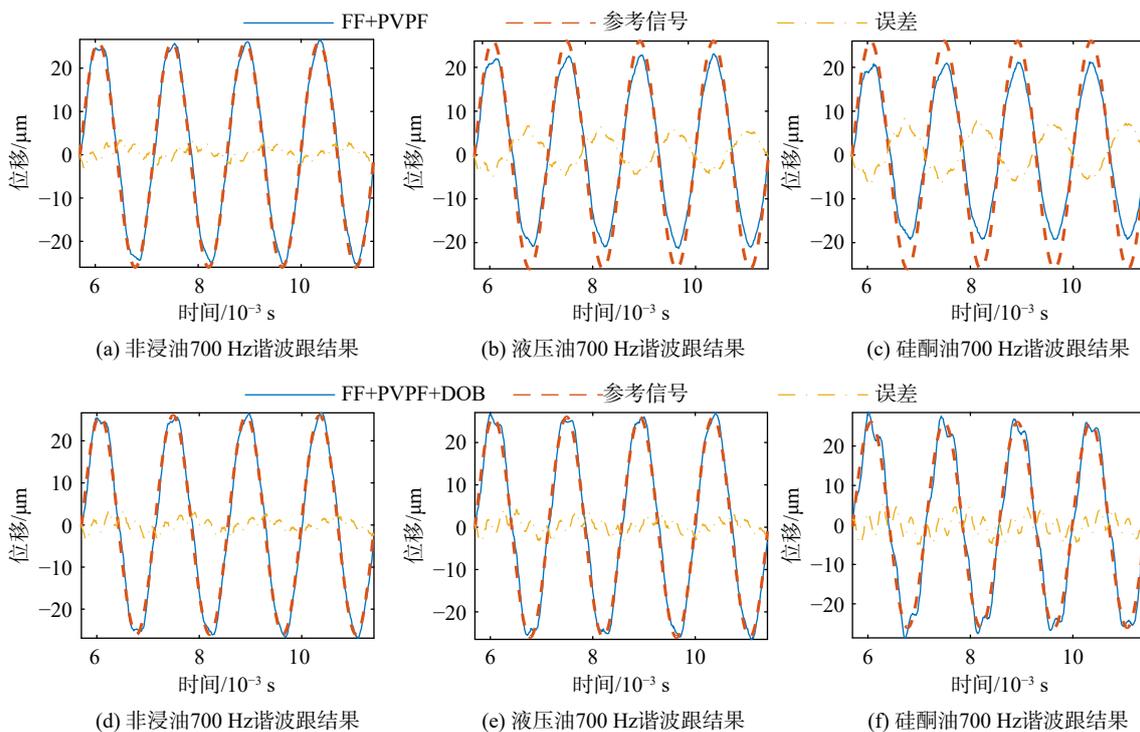


图 14 FF+PVPF、FF+PVPF+DOB 谐波跟踪实验结果

Fig. 14 FF+PVPF, FF+PVPF+DOB harmonic tracking test result

环境下不同频率参考信号跟踪的控制效果方均根误差值,结果汇总如表 1 所示。

表 1 高频作动控制实验误差统计表

Table 1 High-frequency actuator control experiment error statistics table

频率/Hz	PID 跟踪误差 (非浸油)/ $\mu\text{m}$	FF+DOB 跟踪误差 (非浸油)/ $\mu\text{m}$	FF+PVPF 跟踪误差/ $\mu\text{m}$			FF+PVPF+DOB 跟踪误差/ $\mu\text{m}$		
			非浸油	液压油	硅酮油	非浸油	液压油	硅酮油
500	18.93	5.34	1.41	2.67	4.00	1.99	1.98	2.36
600	19.32	6.08	1.61	2.81	4.05	2.23	1.94	2.18
700	26.79	6.87	1.45	3.34	4.49	1.46	1.66	2.43

## 5 结 论

1) 前馈补偿实验结果表明,系统的跟踪误差在 1 Hz 时方均根误差从 1.76  $\mu\text{m}$  降至 1.44  $\mu\text{m}$  (下降 18.2%), 在 100 Hz 时从 3.44  $\mu\text{m}$  降至 1.92  $\mu\text{m}$  (下降 44.2%); 相对误差在 1 Hz 时由 3.38% 降至 2.77%, 在 100 Hz 时由 6.62% 降至 3.69%。迟滞效应得到显著改善, 1 Hz 时完全消除, 100 Hz 时由 19.2% 降至 4.81%。表明该方法有效补偿了组件迟滞非线性。

2) 低频作动控制实验结果表明, 相较于基于干扰观测器的反馈控制, 低频作动复合控制在 100 Hz 时提升了系统性能: 方均根误差由 2.17  $\mu\text{m}$  降至 1.97  $\mu\text{m}$ , 相对误差由 6.62% 降至 3.79%, 滞环由 11.9% 降至 5.42%。该方法降低了跟踪误差和滞环, 提高了系统带宽和闭环控制性能。

3) 高频作动控制实验结果表明, PID 控制器在高频谐波跟踪中存在显著的幅值衰减和相位滞后, 方均根误差最大为 26.79  $\mu\text{m}$ ; FF+DOB 控制器受限于压电双晶片轻阻尼特性, 存在幅值放大问题, 方均根误差最大为 6.87  $\mu\text{m}$ ; FF+PVPF 补偿了轻阻尼特性, 但在浸油环境中鲁棒性较差, 方均根误差最大为 4.49  $\mu\text{m}$ ; FF+PVPF+DOB 复合策略补偿了轻阻尼特性引起的幅值放大, 并补偿了液动力干扰, 提高了系统的精度和鲁棒性, 方均根误差最大为 2.43  $\mu\text{m}$ , 达到了控制目标。

## 参 考 文 献:

[1] 李楠. 影响双喷嘴挡板伺服阀性能的主要结构参数研究[D]. 河北 秦皇岛: 燕山大学, 2009.  
LI Nan. The research on important structural parameters to effect performance of hydraulic flapper-nozzle servo-valve[D]. Qinhuangdao Hebei: Yanshan University, 2009. (in Chinese)

[2] 赵春华, 宁春玉. 基于单片机的电液伺服控制系统的研究[J]. 液压与气动, 2014, 38(12): 48-50.  
ZHAO Chunhua, NING Chunyu. Electro-hydraulic servo control system with single-chip[J]. Chinese Hydraulics & Pneumatics, 2014, 38(12): 48-50. (in Chinese)

[3] 阎耀保. 射流管伺服阀在飞机液压系统中的应用[J]. 液压气动与密封, 2012, 32(7): 8-12.  
YIN Yaobao. Application of jet pipe servo valve in aircraft hydraulic systems[J]. Hydraulic Pneumatics & Seals, 2012, 32(7): 8-12. (in Chinese)

[4] 陈佳, 袁朝辉, 郭强, 等. 射流管伺服阀前置级的动态流场分析[J]. 仪器仪表学报, 2017, 38(7): 1731-1737.  
CHEN Jia, YUAN Zhaohui, GUO Qiang, et al. Dynamic flow field analysis of the prestage of jet pipe servo valve[J]. Chinese Journal of Scientific Instrument, 2017, 38(7): 1731-1737. (in Chinese)

[5] 高强, 李林飞, 朱玉川. 阵列数字阀控电液压力伺服系统混合编码控制[J]. 机械工程学报, 2024, 60(4): 143-154.  
GAO Qiang, LI Linfei, ZHU Yuchuan. Hybrid coding control of electro-hydraulic pressure servo system using array digital valves[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2024, 60(4): 143-154. (in Chinese)

[6] 陈志闯, 葛声宏, 张卓磊, 等. 滑阀副零位内泄漏量分布模型与参数灵敏度分析[J]. 航空学报, 2023, 44(6): 427004.  
CHEN Zhichuang, GE Shenghong, ZHANG Zhuolei, et al. Internal leakage distribution model and parameter sensitivity analysis of spool valve couple at zero position[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2023, 44(6): 427004. (in Chinese)

[7] LING Jie, CHEN Long, ZHANG Mingming, et al. Development of a dual-mode electro-hydrostatic actuator with serial-parallel hybrid configured piezoelectric pumps[J]. Smart Materials and Structures, 2023, 32(2): 025011.

[8] 阎耀保, 郭文康, 胡云堂, 等. 考虑电涡流效应的射流管伺服阀建模及频率特性[J]. 航空动力学报, 2020, 35(8): 1777-1785.  
YIN Yaobao, GUO Wenkang, HU Yuntang, et al. Modeling and frequency characteristics of jet-pipe servo valve considering eddy current effect[J]. Journal of Aerospace Power, 2020, 35(8): 1777-1785. (in Chinese)

[9] BERTIN M, PLUMMER A, BOWEN C, et al. A dual lane piezoelectric ring bender actuated nozzle-flapper servo valve for aero engine fuel metering[J]. Smart Materials and Structures, 2019, 28(11): 115015.

[10] 王玉文, 朱玉川, 凌杰, 等. 滑阀式压电高速开关阀特性研究[J]. 航空动力学报, 2024, 39(11): 20220426.  
WANG Yuwen, ZHU Yuchuan, LING Jie, et al. Study on the characteristics of spool-type piezoelectric high-speed on-off valve[J]. Journal of Aerospace Power, 2024, 39(11): 20220426. (in Chinese)

[11] SANGIAH D K. Fluid metering using active materials[D]. Bath, Avon, UK: University of Bath, 2011.

[12] 凌杰, 张允执, 陈龙, 等. 数字压电叠堆执行器: 原理、建模与控制[J]. 中国机械工程, 2025, 36(2): 228-237.  
LING Jie, ZHANG Yunzhi, CHEN Long, et al. Digital piezoelec-

- tric stack actuators: principles, modeling, and control[J]. *China Mechanical Engineering*, 2025, 36(2): 228-237. (in Chinese)
- [13] SHEN Mingjun, ZHANG Fei, LIU Yinshui, et al. Molecular dynamics study on the viscosity of hydraulic oil in the deep-sea environment[J]. *Journal of Molecular Liquids*, 2024, 411: 125716.
- [14] 张磊, 刘永光, 付永领, 等. 基于磁致伸缩作动器的主动隔振系统分析[J]. *航空动力学报*, 2004, 19(6): 782-785.  
ZHANG Lei, LIU Yongguang, FU Yongling, et al. Analysis of active vibration isolation system based on magnetostrictive actuator[J]. *Journal of Aerospace Power*, 2004, 19(6): 782-785. (in Chinese)
- [15] LAW H H, ROSSITER P L, SIMON G P, et al. Characterization of mechanical vibration damping by piezoelectric materials[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1996, 197(4): 489-513.
- [16] KUHNEN K. Modeling, identification and compensation of complex hysteretic nonlinearities: a modified Prandtl-Ishlinskii approach[J]. *European Journal of Control*, 2003, 9(4): 407-418.
- [17] KUHNEN K, KREJCI P. Compensation of complex hysteresis and creep effects in piezoelectrically actuated systems: a new Preisach modeling approach[J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2009, 54(3): 537-550.
- [18] ANG W T, KHOSLA P K, RIVIERE C N. Feedforward controller with inverse rate-dependent model for piezoelectric actuators in trajectory-tracking applications[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2007, 12(2): 134-142.
- [19] JANAIDEH M, RAKHEJA S, SU Chunyi. An analytical generalized Prandtl-Ishlinskii model inversion for hysteresis compensation in micropositioning control[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2011, 16(4): 734-744.
- [20] 谷国迎. 压电陶瓷驱动微位移平台的磁滞补偿控制理论和研究方法研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2012.  
GU Guoying. Research on hysteresis compensation control theory and method of piezoelectric ceramic driven micro-displacement platform[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2012. (in Chinese)
- [21] YI Jingang, CHANG S, SHEN Yantao. Disturbance-observer-based hysteresis compensation for piezoelectric actuators[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2009, 14(4): 456-464.
- [22] REN Beibei, DAI Jiguo, ZHONG Qingchang. UDE-based robust output feedback control with applications to a piezoelectric stage[J]. *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, 2020, 67(9): 7819-7828.
- [23] HAN J. A class of extended state observers for uncertain systems[J]. *Control and Decision*, 1995, 10(1): 85-88.
- [24] FENG Zhao, LING Jie, MING Min, et al. Model-assisted extended state observer based repetitive control for high precision tracking of piezoelectric nano positioning stages[C]//2019 Chinese Control Conference. Piscataway, US: IEEE, 2019: 6900-6905.
- [25] 凌杰. 微动平台扫描运动的振动抑制和轮廓跟踪控制研究[D]. 武汉: 武汉大学, 2018.  
LING Jie. Research on vibration suppression and contour tracking control of scanning motion of micro-motion platform[D]. Wuhan: Wuhan University, 2018. (in Chinese)
- [26] APHALE S S, BHIKKAJI B, REZA MOHEIMANI S O. Minimizing scanning errors in piezoelectric stack-actuated nanopositioning platforms[J]. *IEEE Transactions on Nanotechnology*, 2008, 7(1): 79-90.
- [27] BHIKKAJI B, RATNAM M, MOHEIMANI S O R. PVPF control of piezoelectric tube scanners[J]. *Sensors and Actuators A: Physical*, 2007, 135(2): 700-712.
- [28] LI Chunxia, DING Ye, GU Guoying, et al. Damping control of piezo-actuated nano positioning stages with recursive delayed position feedback[J]. *IEEE/ASME Transactions on Mechatronics*, 2017, 22(2): 855-864.
- [29] DAS S K, POTA H R, PETERSEN I R. Resonant controller design for a piezoelectric tube scanner: a mixed negative-imaginary and small-gain approach[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2014, 22(5): 1899-1906.
- [30] RAKOTONDRABE M. Classical Prandtl-Ishlinskii modeling and inverse multiplicative structure to compensate hysteresis in piezoactuators[C]//Proceedings of 2012 American Control Conference. Piscataway, US: IEEE, 2012: 1646-1651.

(编辑: 王碧珺)