

# 油液环境下的压电双晶片执行器 数学建模与试验分析



彭洪涛<sup>1</sup>, 张允执<sup>1</sup>, 凌杰<sup>1</sup>, 张文星<sup>2</sup>, 康佳豪<sup>2</sup>, 朱玉川<sup>1</sup>

1. 南京航空航天大学, 江苏 南京 210016

2. 航空工业西安飞行自动控制研究所, 陕西 西安 710065

**摘要:**压电双晶片执行器驱动的电液伺服阀因其结构简单、响应快和零位稳定性高的优势,成为突破传统电磁驱动性能瓶颈的关键技术。然而,现有研究多聚焦于执行器在空气中的力学特性,缺乏对油液阻尼环境下液动力耦合效应与迟滞特性的系统分析,导致执行器在电液伺服阀中的设计缺乏理论支撑。本文建立了压电双晶片执行器在不同油液环境下包含线性动力学、液动力及迟滞三部分的数学模型,并对数学模型进行了仿真研究,得到其静/动态输出特性。其中,在静态输出特性方面,迟滞率为10.8%;在动态输出特性方面,无油情况下超调量为56.3%,液压油环境下为57.4%,硅酮油环境下为54.8%。同时开展了执行器试验研究。静态输出特性方面,迟滞率为10.5%,与迟滞仿真结果的均方根误差为2.6 μm;动态输出特性方面,不同阻尼环境下,仿真与试验超调量最大误差为3.1%,验证了数学模型的准确性。本文解决了不同油液环境下压电双晶片执行器静/动态输出特性预测的问题,并能够通过数学模型指导执行器设计。

**关键词:**电液伺服阀;压电双晶片;油液环境;液动力;非线性;数学模型

**中图分类号:**TH137

**文献标识码:**A

**DOI:**10.19452/j.issn1007-5453.2025.11.005

电液伺服控制系统具有负载刚度大、输出功率高、响应速度快、控制精度高等优点,广泛应用于航空航天领域<sup>[1]</sup>。然而,传统电液伺服阀在长期运行中面临可靠性和高响应的瓶颈<sup>[2]</sup>,尤其是力矩马达容易受电磁干扰,且响应速度慢,导致阀芯运动不稳定,影响系统性能<sup>[3]</sup>。随着智能材料技术的发展,压电双晶片执行器因其响应速度快、结构简单、抗电磁干扰等优势<sup>[4]</sup>,成为替代传统驱动技术的一个重要方向,尤其在航空航天等领域展现出巨大潜力<sup>[5]</sup>。

压电型电液伺服阀由压电双晶片执行器驱动的先导级和阀芯、阀套组成的主级构成。先导级实现电-位移转换,主级实现流量控制。为了准确描述执行器的性能,需对其进行数学建模。由于压电双晶片可等效为悬臂梁,其线性动力学可用梁理论求解。此外,受油液环境与迟滞效应影响,建模需同时考虑线性动力学、液动力及迟滞效应。

压电执行器的迟滞建模分为唯象模型和唯物模型两类<sup>[6]</sup>。唯象模型通过拟合滞环曲线建模,应用广泛,但其参数缺乏物理意义,无法指导设计<sup>[7]</sup>。唯物模型基于迟滞的产生机理构建物理解析模型,参数具有实际物理意义,

主要包括Jiles-Atherton模型(简称J-A模型)<sup>[8]</sup>。唯物模型不仅提供了物理机制的解释,还可用于物理构型设计与参数优化。针对压电材料非线性及输入输出依赖记忆特性对定位精度的影响,Ni Lei等<sup>[9]</sup>提出了基于J-A模型的混合神经网络模型。针对压电材料非线性和机电耦合问题,Stirbu等<sup>[10]</sup>结合J-A模型和有限元分析,模拟压电材料的极化场和应变场滞后响应的孔隙率,确定局部电机响应系数。Rouzbeh等<sup>[11]</sup>通过有限元法模拟磁滞回线、磁通密度与磁场分量的关系。上述研究主要集中在压电材料本身的数学建模与参数辨识,而压电双晶片执行器在电液伺服阀环境下的应用则需考虑油液的影响。

针对梁结构在液体中的振动行为,已有一些研究成果。Morison<sup>[12]</sup>提出液体波动对柱状结构的作用力由加速度项和速度平方项组成,并通过试验验证了该模型的正确性。Falcucci等<sup>[13]</sup>研究了黏性流体中刚性薄板大振幅简谐运动,发现流场性质变化主要与振动频率和幅值有关。Tuck<sup>[14]</sup>通过积分控制方程研究了矩形截面悬臂梁的流固耦合运动,得出液体对梁的荷载,并证明了在极限雷诺数下圆形截面

收稿日期: 2025-03-14; 退修日期: 2025-05-23; 录用日期: 2025-08-03

基金项目: 航空科学基金(20220007052001)

引用格式: Peng Hongtao, Zhang Yunzhi, Ling Jie, et al. Mathematical modeling and experimental analysis of a piezoelectric bimorph actuator in oil environments[J]. Aeronautical Science & Technology, 2025, 36(11):41-47. 彭洪涛, 张允执, 凌杰, 等. 油液环境下的压电双晶片执行器数学建模与试验分析[J]. 航空科学技术, 2025, 36(11):41-47.

梁和薄矩形截面梁的水动力函数一致。Sader<sup>[15]</sup>提出了微悬臂梁的频率响应理论,并给出了水动力荷载的傅里叶形式。Green等<sup>[16]</sup>研究了任意截面薄梁在液体中的受力情况,探讨了热激励和耗散效应对扭转特性的影响。这些研究主要集中在结构在液体中的振动动力学上,然而目前缺少压电双晶片执行器在电液伺服阀中的建模研究。

针对压电双晶片驱动的航空电液伺服阀,本文提出了一种基于哈默斯坦(Hammerstein)<sup>[17]</sup>结构的压电双晶片执行器在油液环境下的数学建模方法,解决了不同油液环境下压电双晶片执行器静/动态输出特性预测的问题,并能够通过数学模型指导执行器设计。其创新点体现在构建了包含线性动力学、液动力及迟滞的机-电-液耦合模型,并通过仿真与试验验证其在不同油液环境下的适用性与准确性。

## 1 数学建模

基于哈默斯坦结构,在将线性动力学等效模型和非线性迟滞模型串联的基础上引入液动力函数,将液动力体现在线性动力学模型中,完成油液环境下压电双晶片执行器数学建模。数学建模思路如图1所示。其中,J-A(Jiles-Atherton)迟滞模型描述压电迟滞非线性,线性动力学模型描述压电动力学特性,液动力函数描述压电双晶片在油液环境下所受液动力。

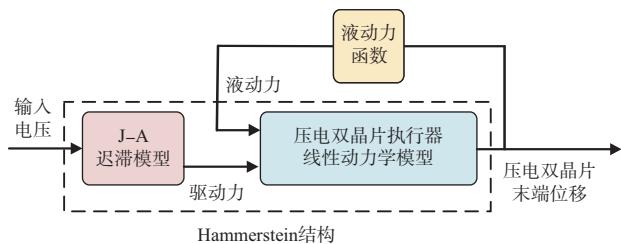


图1 油液环境下压电双晶片数学模型流程图

Fig.1 Flowchart of the mathematical model for piezoelectric bimorph in oil environment

### 1.1 线性动力学等效模型

压电双晶片执行器动力学方程如下,同时考虑了迟滞和液动力的作用,如式(1)所示

$$m_e \ddot{x} + c_e \dot{x} + k_e x = d_e VP - \Gamma \quad (1)$$

式中,  $m_e$  为压电双晶片等效质量;  $c_e$  为压电双晶片阻尼系数;  $k_e$  为压电双晶片执行器等效刚度;  $x$  为压电双晶片末端挠度;  $\Gamma$  是液压动力;  $d_e$  为压电转换系数;  $P$  为总极化强度;  $V$  是输入电压。

### 1.2 迟滞模型

J-A模型最初用于描述铁磁材料的磁滞行为,其理论框

架也能有效描述具有迟滞特性的非线性系统,因此,同样适用于压电材料的迟滞建模。压电材料在施加电场时表现出电致应变效应,其输入电场与输出应变之间的非线性和迟滞关系可以通过J-A模型的物理机制进行描述和分析。基于钉扎效应引起的能量变化建立了压电材料的J-A迟滞模型,在压电材料迟滞分析中应用广泛。在J-A模型中,总极化强度  $P$  被分为可逆极化  $P_{\text{rev}}$  和不可逆极化  $P_{\text{irr}}$  两部分,如式(2)所示

$$P = P_{\text{rev}} + P_{\text{irr}} \quad (2)$$

式中,  $P_{\text{rev}}$  为可逆磁化分量,由弹性方式的畴壁引起;  $P_{\text{irr}}$  为不可逆磁化分量,由结构的不连续性而形成的畴壁引起。

为了计算压电材料理想极化过程中的极化强度和外部电场强度的关系,引入无迟滞极化强度  $P_{\text{an}}$ ,在计算畴壁形变产生的能量损耗时,通常忽略  $P_{\text{an}}-P$  的高阶项,  $P_{\text{rev}}, P_{\text{irr}}, P_{\text{an}}$  可表示为如式(3)所示

$$P_{\text{rev}} = c(P_{\text{an}} - P_{\text{irr}}) \quad (3)$$

式中,  $c \in [0, 1]$ , 为可逆极化率,描述可逆极化率在总极化率中的占比比例。

采用玻尔兹曼(Boltzmann)统计来指定偶极子占据某些能态的概率。假设材料是各向同性的,那么热能量和静电能量的平衡就产生了朗之万(Langevin)方程来描述无迟滞的极化强度,如式(4)所示

$$P_{\text{an}} = P_s \left[ \coth \left( \frac{E_e}{a} - \frac{a}{E_e} \right) \right] \quad (4)$$

式中,  $E_e$  为作用于压电材料的有效电场;  $a$  是畴壁密度;  $P_s$  为饱和极化强度。

在内部电场  $E_m$  与外部电场  $E$  的共同作用下,压电材料逐步发生极化,假设外部电场  $E$  的方向与极化强度  $P$  一致,压电材料发生极化的有效电场强度  $E_e$ ,如式(5)所示

$$E_e = E + E_m = E + \alpha P_{\text{an}} \quad (5)$$

式中,  $\alpha$  为瞬间耦合参数;  $E_m$  为内部电场强度;  $E$  为外部电场强度。

Jiles-Atherton模型将极化强度描述为可逆分量  $P_{\text{rev}}$  与不可逆分量  $P_{\text{irr}}$ ,由两个微分方程构成,如式(6)所示

$$\begin{cases} \frac{dP_{\text{irr}}}{dE} = \frac{P_{\text{an}} - P_{\text{irr}}}{k\delta - \alpha(P_{\text{an}} - P_{\text{irr}})} \\ \frac{dP_{\text{rev}}}{dE} = c \left( \frac{P_{\text{an}}}{dE} - \frac{P_{\text{irr}}}{dE} \right) \\ \delta = \begin{cases} 1, (dE > 0 \text{ 且 } P < P_{\text{an}}) \text{ 或 } (dE < 0 \text{ 且 } P > P_{\text{an}}) \\ -1, \text{ 其他} \end{cases} \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $k$  为钉扎损耗参数;  $\delta$  为电场变化方向的符号函数,在外磁场  $E$  增大时,  $\delta=1$ ,在外磁场  $E$  减小时,  $\delta=-1$ 。

在该模型中,共存在 $c$ 、 $a$ 、 $\alpha$ 、 $k$ 和 $P_s$ 共5个关键参数。这5个参数值在确定的情况下通过求解上述微分方程即可获得压电材料的迟滞曲线。

### 1.3 液压动力模型

液体作用在梁上的力可以视为一种施加在刚体上的液动力载荷,这种载荷由两部分组成:附加质量和附加阻尼。附加质量与梁的振动加速度成正比,而附加阻尼则与梁的振动速度相关。具体来说,附加质量反映了液体对梁的惯性作用,影响梁在振动时的加速度响应;而附加阻尼则表示液体与梁之间的能量耗散,主要与梁的振动速度密切相关,对梁的阻尼特性起着重要作用。这两部分的共同作用决定了液体对梁振动的综合影响。这些关系直接遵循波动理论,并已被加州大学伯克利分校流体力学实验室的测量结果所证实。根据Morison的研究<sup>[17]</sup>,液动力荷载可以写为如式(7)所示

$$\Gamma(x, t) = \frac{\pi}{4} c_m \rho W_b^2 \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} + \frac{1}{2} c_d \rho W_b \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \left| \frac{\partial w(x, t)}{\partial t} \right| \quad (7)$$

式中, $\rho$ 为油液密度; $w$ 为梁的横向位移; $W_b$ 为梁浸没部分与液体流动速度法向平面的面积; $c_d$ 和 $c_m$ 分别为惯性系数和阻尼系数,可以通过特征振动频率来求解这两个系数。特征振动频率的表达式如式(8)所示

$$\beta(x, \omega) = \frac{\rho W_b^2}{2\pi\mu} \omega = \Omega \omega \quad (8)$$

式中, $\mu$ 为液体的[动力]黏度。为了推导 $c_d$ 和 $c_m$ 的表达式,首先需要对液动力荷载进行傅里叶变换,如式(9)所示

$$\hat{\Gamma}(x, \omega) = \frac{\pi}{4} \rho W_b^2 \omega^2 \Theta(\beta(x, \omega)) \hat{w}(x, \omega) \quad (9)$$

式中,三角上标表示经过傅里叶变换后的频域变量。 $\Theta(\beta(x, \omega))$ 表示正弦化的液动力荷载,是特征振动频率的无量纲化函数。对于本文中具有矩形截面的刚性薄梁, $\Theta(\beta(x, \omega))$ 的精确表达式可以写为如式(10)所示

$$\Theta(\beta(x, \omega)) \approx 1.02 + 2.45\beta^{-1/2} - 12.49\beta^{-1/2} \quad (10)$$

在一个流动周期中,非线性阻尼项可以根据以下条件化简,如式(11)所示

$$|\cos(\omega t)| \cos(\omega t) \approx \frac{8}{3\pi} \cos(\omega t) \quad (11)$$

因此,惯性系数和阻力系数近似表达如式(12)所示

$$\begin{aligned} c_m &\approx 1.02 + \frac{2.45}{\sqrt{\Omega}} \\ c_d &\approx -\frac{4.61}{\sqrt{\Omega}} \end{aligned} \quad (12)$$

式中, $\Omega$ 由式(8)给出。由以上推导可知,液动力荷载可以是

一个与液体密度、液体[动力]黏度、液体速度、液体加速度相关的项。这里将液动力函数简化为如式(13)所示

$$\begin{aligned} \Gamma_{(\rho, \mu, \dot{w}, \ddot{w})} &= \kappa_1 \rho^{1/2} + (\kappa_2 \mu^{1/2} + \kappa_3 \rho^{1/2} + \kappa_4) A^2 \ddot{w} + \\ &(\kappa_5 \mu^{1/2} + \kappa_6) (\kappa_7 \rho^{1/2} + \kappa_8) A \dot{w} |\dot{w}| \end{aligned} \quad (13)$$

式中, $A$ 为压电双晶片浸入油液部分的面积; $\kappa$ 为辨识的液动力相关参数。将其余参数通过关于密度与黏度的多项式拟合,再乘以加速度和速度的平方得到液动力荷载函数。

## 2 参数辨识方法

### 2.1 线性动力学模型参数辨识

本文做以下假设:(1)梁的横截面在弯曲过程中保持平面且垂直于梁的中性轴;(2)梁的材料是均匀且各向同性的;(3)变形较小,故可以使用线性弹性理论;(4)梁的轴向变形可以忽略。在弹性梁理论中,悬臂梁的挠度 $w(x, t)$ 与施加在梁上的外力有关。悬臂梁动力学控制方程如式(14)所示

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2} \left( EI \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial x^2} \right) + \rho A \frac{\partial^2 w(x, t)}{\partial t^2} = 0 \quad (14)$$

梁的主振动可以假设为 $w(x, t) = \varphi_n(x)q(t)$ 。式中, $\varphi_n(x)$ 是悬臂梁的振型, $q(t) = \sin(\omega t + \theta)$ ,是悬臂梁广义坐标的振动。采用分离变量法代入空间控制方程可得振型的通解,如式(15)所示

$$\varphi_n(x) = c_1 \cos \beta x + c_2 \sin \beta x + c_3 \cosh \beta x + c_4 \sinh \beta x \quad (15)$$

此时代入边界条件即可求出压电双晶片的振型方程。但是由于悬臂梁受到的边界载荷条件会随时间发生变化。这里以悬臂梁不受外部载荷为例,求解其自由振动时的振型。考虑悬臂梁的边界条件:固定端时,挠度和截面转角为0: $\varphi_n(0) = 0$ , $\varphi_n'(0) = 0$ ;自由端时,弯矩和剪力为0: $\varphi_n''(l_1) = 0$ , $\varphi_n'''(l_1) = 0$ 。代入边界条件得: $c_1 = -c_3$ , $c_2 = -c_4$ 。由此可得前三阶模态函数,如式(16)所示

$$\varphi_n(x) = \cos \beta_i x - \cosh \beta_i x + \xi_i (\sin \beta_i x - \sinh \beta_i x) \quad (16)$$

式中, $\xi_i = \frac{-\cos \beta_i l_1 + \cosh \beta_i l_1}{\sin \beta_i l_1 + \sinh \beta_i l_1}$ , $\beta_1 l_1 = 1.875$ , $\beta_2 l_2 = 4.694$ , $\beta_3 l_3 = 7.855$ 。

由于悬臂梁受到的边界载荷条件会随时间发生变化,在仿真时需要实时求解其振型函数的解析解。为验证仿真正确性,振型求解函数中的边界条件设置为自由振动,将其与解析解进行对比,结果如图2所示。由计算结果可知,解析结果与有限元结果解均方根误差为0.027%,说明仿真数值解正确。

等效质量 $m_e$ 的计算是基于振型函数的平方加权积分

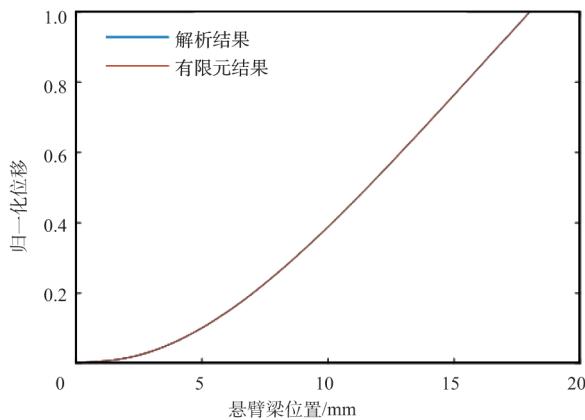


图2 振型函数求解结果

Fig.2 Mode shape function solution results

来获得的,其公式为

$$m_e = \frac{\int_0^L \rho S \phi(x)^2 dx}{\phi(x_{\max})^2} \quad (17)$$

式中,  $\rho$  为材料密度;  $S$  为悬臂梁横截面积;  $L$  为悬臂梁长度。根据胡克悬臂梁挠曲方程可计算等效刚度  $k_e$ , 如式(18)所示。

$$k_e = \frac{3EI}{L^3} \quad (18)$$

式中,  $E$  为材料弹性模量;  $I$  为悬臂梁截面惯性矩。动力学模型相关参数见表1。

## 2.2 非线性迟滞模型参数辨识

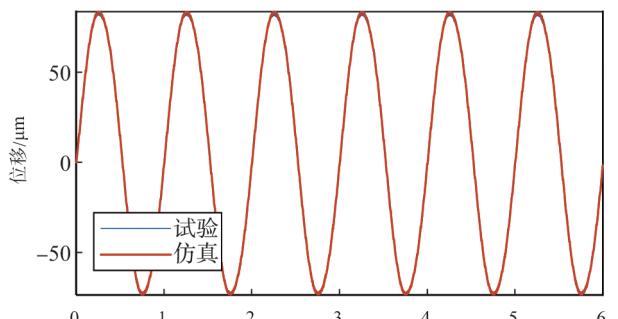
非线性J-A迟滞模型的参数通过与1 Hz、100 V谐波试验结果对比确定。基于J-A模型的微分方程,搭建了仿真模型,并采用最小二乘法辨识其5个参数。试验结果与仿真结果的对比如图3所示,辨识参数的结果见表2。试验结果的迟滞率为10.5%,仿真结果的迟滞率为10.8%。仿真辨识结果与试验结果的均方根误差为2.6  $\mu\text{m}$ ,表明所构建的迟滞模型能够准确描述系统的非线性迟滞特性。

表1 动力学模型参数  
Table 1 Dynamic model parameters

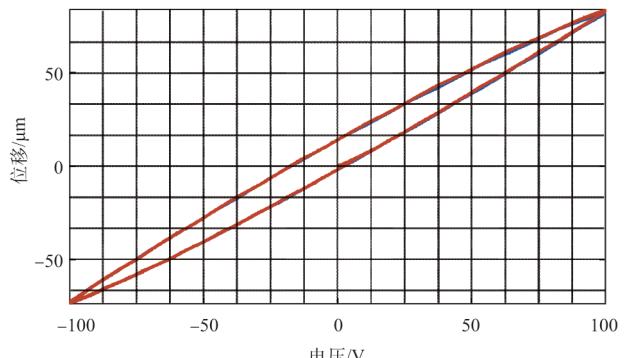
参数	值	方法说明
$m_e/\text{kg}$	$3.42 \times 10^{-4}$	解析建模计算
$c_e$	0.178	最小二乘法辨识
$k_e/(\text{N}/\text{m})$	$4.41 \times 10^4$	解析建模计算
$d_e$	0.0162	最小二乘法辨识

## 2.3 液压动力模型参数辨识

通过与电压40 V的阶跃试验结果对比确定了液压动力模型的参数。基于数学模型搭建了仿真模型,并采用最



(a) Jiles-Atherton模型辨识结果



(b) Jiles-Atherton模型滞环辨识结果

Fig.3 Hysteresis model identification results

小二乘法辨识其5个参数,辨识参数的结果见表2。

表2 迟滞与液动力模型参数

Table 2 Hysteresis model parameters

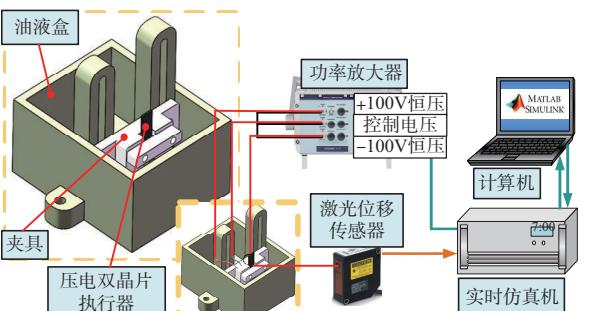
参数	值	参数	值
$a/(\text{m}/\text{F})$	$7.24 \times 10^9$	$a/(\text{V}/\text{m})$	$5.99 \times 10^7$
$c$	0.8270	$k/(\text{V}/\text{m})$	$6.48 \times 10^7$
$P_s/(\text{C}/\text{m}^2)$	0.0191	$\kappa_1$	0.0239
$\kappa_2$	0.0347	$\kappa_3$	0.0018
$\kappa_4$	0.0032	$\kappa_5$	0.1396
$\kappa_6$	0.0762	$\kappa_7$	0.0097
$\kappa_8$	0.0038		

## 3 试验验证与结果分析

### 3.1 试验系统

基于电液伺服阀的前置级用压电双晶片执行器试验平台,如图4所示。该平台由上位机、实时仿真机、功率放大器、激光位移传感器、压电双晶片执行器、油液盒、夹具等组成。油液盒内可填充油液,压电双晶片执行器的一端通过夹具固定在油液盒中。试验平台具体的试验信号流如下:上位机编译控制算法,驱动电压信号经功率放大器驱动压电双晶

片执行器, 激光位移传感器测量其位移, 并输出至实时仿真机。



(a) 压电双晶片执行器试验平台

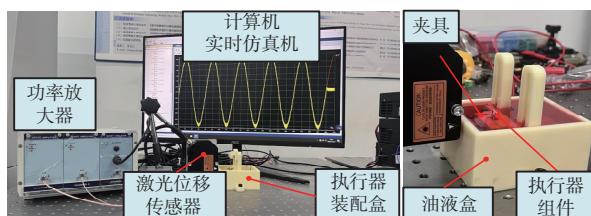


图4 压电双晶片执行器试验平台

Fig.4 Piezoelectric bimorph actuator test platform

### 3.2 试验与仿真结果对比分析

不同油液环境下的压电双晶片执行器阶跃测试结果如图5所示。统计动态指标数据见表3。由不同阻尼环境下静/动态试验测试结果可以得出结论: 阻尼环境不影响压电双晶片静态输出特性; 增大油液黏度会导致超调量减小, 调节时间减小; 增大油液密度会导致超调量增大, 调节时间减小。

不同油液环境下仿真和试验对比结果如图6~图8所示。空气环境下, 试验测试结果超调量为 54.1%, 调节时间

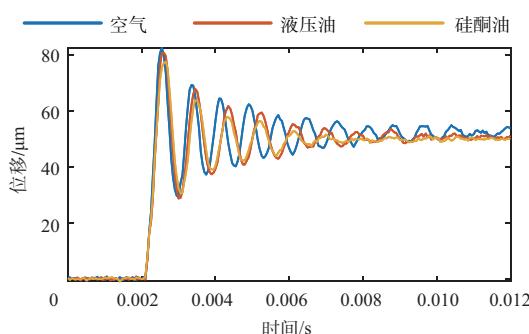


图5 不同浸油环境下进行阶跃试验

Fig.5 Step response test under different oil immersion environments

表3 不同阻尼环境下执行器动态指标

Table 3 Actuator dynamic performance under different damping conditions

阻尼环境	超调量/%	调节时间/ms	稳态值/μm
非浸油	54.1	9.2	49.7
液压油	54.3	7.4	48.9
硅酮油	53.6	5.8	48.4

为 9.2 ms, 解析模型仿真结果的超调量为 56.3%, 调节时间为 5.7 ms; 液压油(YH-10)环境下, 试验测试结果的超调量为 54.3%, 调节时间为 7.4 ms, 解析模型仿真结果的超调量为 57.4%, 调节时间为 5.6 ms; 硅酮油环境下, 试验测试结果的超调量为 53.6%, 调节时间为 5.8 ms, 解析模型仿真结果的超调量为 54.8%, 调节时间为 4.3 ms。不同阻尼环境下, 仿真与试验超调量最大误差为 3.1%, 调节时间最大误差为 3.5 ms, 验证了数学模型的准确性。

### 4 结论

针对不同油液环境下压电双晶片执行器建立了数学模型, 并开展了输出特性测试试验, 主要结论如下:

(1) 针对不同油液环境下压电双晶片执行器的静/动态

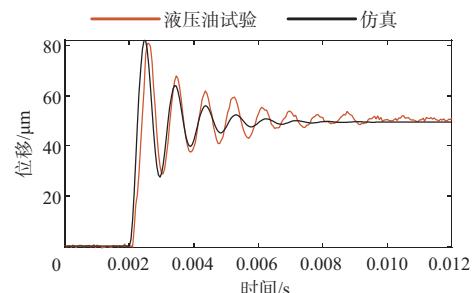


图7 液压油环境下仿真与试验对比  
Fig.7 Simulation and experimental comparison under hydraulic oil conditions

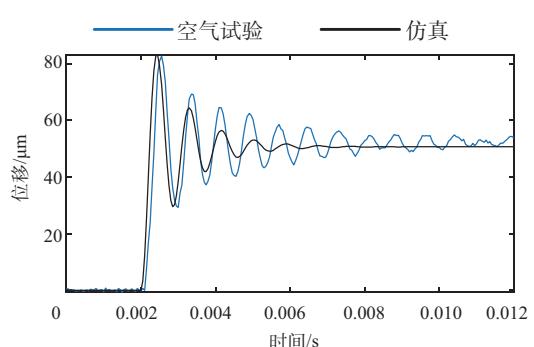


图6 空气环境下仿真与试验对比

Fig.6 Simulation and experimental comparison under non-oil-immersed conditions

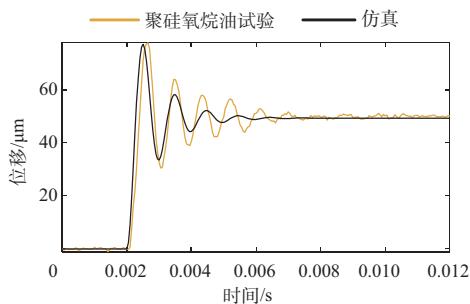


图8 硅酮油环境下仿真与试验对比

Fig.8 Simulation and experimental comparison under silicone oil conditions

行为,建立了包含线性动力学、液动力及迟滞三部分的数学模型。

(2)对数学模型进行了仿真研究。仿真结果显示,静态输出特性方面,迟滞率为10.8%,动态输出特性方面,空气环境下超调量为56.3%,液压油环境下为57.4%,硅酮油环境下为54.8%。

(3)对数学模型进行了静动态特性试验对比研究。静态输出特性方面,迟滞为10.5%,与仿真结果的均方根误差为2.6  $\mu\text{m}$ ;动态输出特性方面,不同阻尼环境下,仿真与试验超调量最大误差为3.1%。验证了数学模型的准确性。

AST

## 参考文献

- [1] 朱玉川,李跃松.磁致伸缩电液伺服阀理论与技术[M].北京:科学出版社,2018.  
Zhu Yuchuan, Li Yuesong. Theory and technology of magnetostrictive electrohydraulic servo valves [M]. Beijing: Science Press, 2018. (in Chinese)
- [2] 任鹏达,张伟,谢志刚,等.基于ADRC和模型预测控制的直驱伺服阀振荡抑制研究[J].航空科学技术,2024,35(2):92-99.  
Ren Pengda, Zhang Wei, Xie Zhigang, et al. Research on oscillation suppression of direct drive servo valve based on ADRC and model predictive control[J]. Aeronautical Science & Technology, 2024, 35(2): 92-99. (in Chinese)
- [3] 焦裕松.民用飞机液压系统发展与展望[J].航空科学技术,2019,30(12):1-6.  
Jiao Yusong. Development and prospects of civil aircraft hydraulic systems[J]. Aerospace Science & Technology, 2019, 30(12): 1-6. (in Chinese)
- [4] Ling Jie, Chen Long, Zhang Mingming, et al. Development of a dual-mode electro-hydrostatic actuator with serial-parallel hybrid configured piezoelectric pumps[J]. Smart Materials and Structures, 2023, 32(2): 025011.
- [5] 姚佐聪,胡和平,高乐.压电驱动机构在直升机ACF智能旋翼上的应用[J].航空科学技术,2023,34(4): 66-71.  
Yao Zuocong, Hu Heping, Gao Le. Application of piezoelectric actuators in the ACF intelligent rotor of helicopters[J]. Aeronautical Science and Technology, 2023, 34(4): 66-71. (in Chinese)
- [6] 凌杰,张允执,陈龙,等.数字压电叠堆执行器:原理、建模与控制[J].中国机械工程,2025,36(2):228-237.  
Ling Jie, Zhang Yunzhi, Chen Long, et al. Digital piezoelectric stack actuators: principles, modeling, and control[J]. China Mechanical Engineering, 2025, 36(2):228-237. (in Chinese)
- [7] Lee S H, Ozer M B, Royston T J. Piezoceramic hysteresis in the adaptive structural vibration control problem[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2002, 13(2-3): 117-124.
- [8] Smith R C, Ounaies Z. A domain wall model for hysteresis in piezoelectric materials[J]. Journal of Intelligent Material Systems and Structures, 2000, 11(1): 62-79.
- [9] Ni Lei, Chen Jie, Chen Guoqiang, et al. An explainable neural network integrating Jiles-Atherton and nonlinear autoregressive exogenous models for modeling universal hysteresis [J]. Engineering Applications of Artificial Intelligence, 2024, 136: 108904.
- [10] Stirbu R S, Mitoseriu L. Modeling of hysteretic response of porous piezo/ferroelectric ceramics[J]. Computational Materials Science, 2024, 232: 112633.
- [11] Rouzbeh M, Kazempour A, Piri S. Identifying the effect of the physical parameters of the jiles-atherton model on the hysteresis loop using the finite element method[J]. Quarterly Journal of Optoelectronic, 2023, 5(1): 119-125.
- [12] Morison J R, Johnson J W, Schaaf S A. The force exerted by surface waves on piles[J]. Journal of Petroleum Technology, 1950, 2(5): 149-154.
- [13] Falcucci G, Aureli M, Ubertini S, et al. Transverse harmonic oscillations of laminae in viscous fluids: a lattice Boltzmann study[J]. Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences, 2011, 369

- (1945): 2456-2466.
- [14] Tuck E O. Calculation of unsteady flows due to small motions of cylinders in a viscous fluid[J]. *Journal of Engineering Mathematics*, 1969, 3(1): 29-44.
- [15] Sader J E. Frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope[J]. *Journal of Applied Physics*, 1998, 84(1): 64-76.
- [16] Green C P, Sader J E. Torsional frequency response of cantilever beams immersed in viscous fluids with applications to the atomic force microscope[J]. *Journal of Applied Physics*, 2002, 92(10): 6262-6274.
- [17] Qi Chenkun, Gao Feng, Li Hanxiong, et al. An incremental Hammerstein-like modeling approach for the decoupled creep, vibration and hysteresis dynamics of piezoelectric actuator[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2015, 82: 2097-2118.

## Mathematical Modeling and Experimental Analysis on a Piezoelectric Bimorph Actuator in Oil Environments

Peng Hongtao<sup>1</sup>, Zhang Yunzhi<sup>1</sup>, Ling Jie<sup>1</sup>, Zhang Wenxing<sup>2</sup>, Kang Jiahao<sup>2</sup>, Zhu Yuanchuan<sup>1</sup>

1. Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China

2. AVIC Xi'an Flight Automatic Control Research Institute, Xi'an 710065, China

**Abstract:** The electro-hydraulic servo valve driven by piezoelectric double-chip actuators has become a key technology to break through the performance bottleneck of traditional electromagnetic drives due to its advantages of simple structure, fast response and high zero position stability. However, most of the existing studies focus on the mechanical characteristics of the actuator in the air, lacking a systematic analysis on the hydrodynamic coupling effect and hysteresis characteristics in the oil damping environment, resulting in a lack of theoretical support for the design of the actuator in the electro-hydraulic servo valve. In this paper, a mathematical model of the piezoelectric bimorph actuator in different oil environments, including three parts: linear dynamics, hydrodynamic force and hysteresis, is established. The simulation study on the mathematical model is carried out to obtain its static/dynamic output characteristics. Among them, in terms of the static output characteristics, the hysteresis is 10.8%; In terms of dynamic output characteristics, the overshoot was 56.3% in the oil-free condition, 57.4% in the hydraulic oil environment, and 54.8% in the silicone oil environment. Meanwhile, the actuator test research was carried out. In terms of the static output characteristics, the hysteresis is 10.5%, and the root mean square error from the hysteresis simulation results is 2.6 $\mu$ m. In terms of dynamic output characteristics, under different damping environments, the maximum error of the simulation and test overprint is 3.1%, verifying the accuracy of the mathematical model. This paper solves the problem of predicting the static/dynamic output characteristics of piezoelectric bimorph actuators in different oil environments, and can guide the design of actuators through mathematical models.

**Key Words:** electrohydraulic servo valve; piezoelectric bimorph; oil environment; hydrodynamic force; hysteretic nonlinearity; mathematical model